MALYNÁR

Číslo 3 • december 2010 **Zimná časť 20. ročníka**

http://malynar.strom.sk

Ahojte Malynárčatá,

veríme, že ste boli celý rok poslušné a Mikuláš Vám čo-to nadelil do čižmičky. Vieme, že ste boli šikovné, a tak sme pre Vás pripravili tento bombastický časopis so vzorovými riešeniami a konečnou výsledkovou listinou. Pokochajte sa. Zároveň sa môžete tešiť na zimný výlet a tí najšikovnejší z Vás aj na zimné sústredenie. Medvede sa odobrali na zimný spánok a aj Vy si môžete konečne oddýchnuť. Ale len na chvíľočku, pokým v schránke nenájdete letnú sériu. Tak hor sa užiť si prázdniny a načerpať síl, nech nás zas a znova prekvapíte svojimi geniálnymi riešeniami. Prekrásne Vianoce a ďalší úžasný rok Vám prajú

Vaši Opravovatelia

Zákulisné informácie

Pre tých z Vás, ktorí sa už nevedia dočkať, máme skvelé správy. Dátum sústredenia je známy! Môžete škrtať v kalendári :) Sústredenie sa uskutoční od 27.2.2011 - 3.3.2011 cez jarné prázdniny. Ak však tak dlho neviete vydržať a chcete sa s vašimi obľúbenými vedúcimi(a ostatnými účastníkmi) stretnúť skôr, organizujeme pre Vás aj **Vianočný výlet***, ktorý sa uskutoční víkend pred Vianocami(18.12). Ďalšie informácie najdete na našej stránke (http://malynar.strom.sk/), prípadne si nás vyhľadajte na Facebooku! (Vedúci Malynár). A teraz vaše dlho očakávané..*

Vzorové riešenia úloh 2. série Zimnej časti

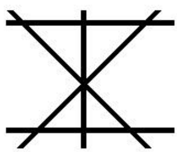
Úloha č. 1:

opravovali Tina Oravcová & Peter Milošovič

Andrea Faguľová

Zadanie: „Chcem nakresliť piatimi rovnými ťahmi práve štyri trojuholníky! Dá sa to? Dá sa to? A ako? A prečo?“

Riešenie: Na to, aby vznikol jeden trojuholník, potrebujeme aspoň tri rovné ťahy. Takéto ťahy môžeme nakresliť ešte dva, musíme si však dať pozor, aby sme určite dostali práve štyri trojuholníky. Keďže rovné ťahy pokračujú až za hranice našej fantázie, dve z čiar tvoriacich náš trojuholník môžeme potiahnuť ďalej. Ďalším rovným ťahom ľahko vyrobíme druhý trojuholník, ktorý bude s naším pôvodným zdieľať jeden vrchol. Ostal nám jeden ťah a potrebujeme vyrobiť ešte dva trojuholníky. Preto tento ťah povedieme týmto spoločným vrcholom tak, aby sme každý z trojuholníkov rozdelili na dva nové.



Komentár: Objavilo sa aj iné pochopenie úlohy. Rozdeľme trojuholník na polovicu. Vznikli nám tým trojuholníky 2 alebo 3? Samozrejme to záleží od toho, čo považujeme za trojuholník. Preto ak ste nenapísali, aké trojuholníky ste sa vlastne snažili vytvoriť a ani to z vášho riešenia nijako nevyplývalo, body sme museli strhnúť. Vaše obrázky boli vskutku úchvatné a je nám ľúto, že si ich nemôžeme nechať. Úplne najviac sa nám však páčilo zavedenie pojmu ľavouholník.

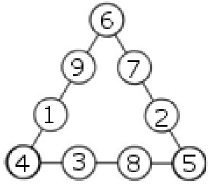
Úloha č. 2:

opravovali Miro Stankovič, Matúš Stehlík & Dávid Hvizdoš

Martin Melicher, Andrea Faguľová

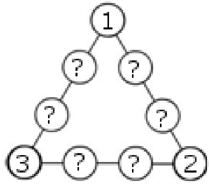
Zadanie: Toto je kúzelný trojuholník. Kúzelný trojuholník je taký trojuholník, pre ktorý platí:

- po obvode má rozhádzané čísla od 1 do 9
- každé číslo je tam práve raz
- na každej strane sú 4 čísla (pozrite obrázok)
- súčet čísel na každej strane je rovnaký



Tu som vám nakreslil kúzelný trojuholník so súčtom 20. Ak ale tieto čísla poprehadzujem, dokážem dostať aj iné súčty.

a) Doplňte nasledujúci trojuholník tak, aby mal súčet čísel na každej strane 17:



b) A teraz mi vy nakreslite kúzelný trojuholník. Taký, aby mal na všetkých stranách súčet 18. Ak sa to nedá, tak mi láskavo povedzte, prečo.

Riešenie: A) Najprv si môžeme všimnúť, že čísla, ktoré nám zostali na použitie, sú $4, 5, 6, 7, 8, 9$. Súčet čísel medzi rohmi s 1 a 2 musí byť $17 - 3 = 14$, a teda tam môžu byť dvojice: $6 + 8$ a $5 + 9$ Medzi 1 a 3 musí byť $17 - 4 = 13 = 4 + 9 = 5 + 8 = 6 + 7$
Medzi 2 a 3 musí byť $17 - 5 = 12 = 4 + 8 = 5 + 7$

Takto si to vieme nakombinovať viacerými spôsobmi tak, aby sa neopakovala žiadna číslica. Napr.: $1 + 5 + 9 + 2$, $2 + 8 + 4 + 3$, $3 + 7 + 6 + 1$
alebo $1 + 6 + 8 + 2$, $2 + 5 + 7 + 3$, $3 + 9 + 4 + 1$

B) Súčet všetkých čísel od 1 po 9 je 45. Ale $18 + 18 + 18 = 54$. Súčet súčtov čísel na stranách je väčší, lebo v ňom vlastne každé rohové číslo započítavame dvakrát. Teda musí platiť, že súčet čísel v rohoch musí byť $54 - 45 = 9$. To môžu byť trojice $1 + 2 + 6$, $1 + 3 + 5$ a $2 + 3 + 4$. Rozoberme jednotlivé prípady:

(1) V rohoch sú čísla $1, 2, 6$
Teraz sa pozrime na číslo 9. Ak by bolo medzi číslami 1 a 2, do súčtu 18

by tam muselo byť ešte číslo $18 - 1 - 2 - 9 = 6\ldots$ to je ale už použité, a teda to nemôžeme urobiť. Ak by bolo medzi 1 a 6, muselo by pri ňom byť $18-1-6-9 = 2\ldots$ už použité. A takisto $18-2-6-9 = 1$ Číslo 9 sa nedá vložiť nikam.

(2) V rohoch sú $1, 3, 5$
Znova nám to ničí 9. Medzi 1 a 3 by sme k deviatke potrebovali $18-1-3-9 = 5$. Medzi 1 a 5 zas $18 - 1 - 5 - 9 = 2$. Medzi 3 a 5 je to $18 - 3 - 5 - 9 = 1$. Číslo 9 sa znova nedá nikam bez problému vložiť.

(3) V rohoch sú $2, 3, 4$
Takisto ako minule :)
$18 - 2 - 3 - 9 = 4$... zle
$18 - 2 - 4 - 9 = 3$... zle
$18 - 3 - 4 - 9 = 2$... zle

Kúzelný trojuholník so súčtom čísel na stranách rovným 18 sa nedá zostrojiť.

Najčastejšie riešenie časti B) bolo trochu iné:
Znova rozoberieme možné trojice do rohov: $(1, 2, 6), (1, 3, 5), (2, 3, 4)$

(1) $1, 2, 6$
Medzi číslami 1 a 2 musí byť súčet $18 - 1 - 2 = 15$. Takýto súčet poskytuje len dvojica $8+7$ (aj $9+6$ ale tam je šestka, takže sa nedá použiť). Medzi 2 a 6 musí byť $18-2-6 = 10$. Vhodná dvojica je len $7+3$. Sedmičku nesmieme použiť viackrát, takže sa to nedá.

(2) $1, 3, 5$
Medzi 1 a 5 potrebujeme $18-1-5 = 12$. Vhodná dvojica je len $8+4$. Medzi 1 a 3 potrebujeme $18-1-3 = 14$. Vhodná je len dvojica $8+6$... potrebovali by sme dve osmičky.

(3) $2, 3, 4$
Medzi 2 a 4 treba $18 - 2 - 4 = 12$. Teraz je vhodné len $7 + 5$.
Medzi 3 a 4 treba $18 - 3 - 4 = 11$. Vhodné je len $6 + 5$.
Potrebujeme dve päťky, takže ani týmto spôsobom sa to nedá.

Kúzelný trojuholník so súčtom čísel na stranách rovným 18 sa nedá zostrojiť.

Komentár: Pri tejto úlohe bola samozrejme ďaleko problémovejšia časť b) a bola aj tak bodovaná. Aj keď správnych riešení bola celkom rozličná kolekcia, najväčší problém robilo ľuďom, keď sa snažili vyskúšať 'všetky možnosti' a potom ich ani nenašli... je to celkom dosť ale nie nespočítateľné. Viacerí nám taktiež napísali niečo na spôsob 'nedá sa to?' alebo 'vyskúšal som všetko a nejde to', no nie zanedbateľnou časťou zadania bolo aj vysvetliť, prečo to nejde :)

Úloha č. 3:

opravovali Kristína Faguľová, Ján Dudič & Daniel Ondra

Miroslav Bugorčik, Radomír Miščík

Zadanie: Keď som bol mladý, hľadal som číslo. Malo byť väčšie ako 100 a menšie ako súčin čísel 20, 2 a 5. Vedel som tiež, že bolo násobkom čísla 8, a že prostredná číslica tohto čísla bola väčšia ako súčet zvyšných dvoch. A taktiež som vedel, že ak ho vydelím šiestimi, dostanem zvyšok štyri. Hľadaním akého čísla som premárnil svoju mladosť?

Riešenie: Zo zadania vieme, že hľadané číslo je násobkom čísla 8, je väčšie ako 100 a menšie ako súčin čísel 20, 2 a 5; čo je $20.2.5 = 200$. Vypíšme si všetky takéto čísla, pre ktoré to platí: $104, 112, 120, 128, 136, 144, 152, 160, 168, 176, 184, 192$; (200 už nie, keďže 200 nie je menšie ako 200 ale rovné tomuto číslu).

Zistime, u ktorých čísel platí, že stredná číslica týchto čísel je väčšia ako súčet ostatných dvoch.

Platí	**Neplatí**
$120 : 2 > 1 + 0$	$104 : 0 < 1 + 4$
$152 : 5 > 1 + 2$	$112 : 1 < 1 + 2$
$160 : 6 > 1 + 0$	$128 : 2 < 1 + 8$
$184 : 8 > 1 + 4$	$136 : 3 < 1 + 6$
$192 : 9 > 1 + 2$	$144 : 4 < 1 + 4$
	$168 : 6 < 1 + 8$
	$176 : 7 < 1 + 6$

Posledným krokom, ktorý je potrebný urobiť, je zistiť, aký zvyšok po delení šiestimi dávajú čísla $120, 152, 160, 184, 192$:

$120 : 6 = 20$, zvyšok 0
$152 : 6 = 25$, zvyšok 2
$160 : 6 = 26$, zvyšok 4
$184 : 6 = 30$, zvyšok 4
$192 : 6 = 32$, zvyšok 0

Riešením tejto úlohy sú čísla 160 a 184. Aké jednoduché.

Komentár: Sme radi, že ste hľadaním nepremárnili celý svoj život, a dokonca ste našli až dve takéto čísla ;-)

Úloha č. 4:

opravovali Tomáš Babej, Lucia Čabrová & Lucka Magurová

Michal Krtouš

Zadanie: S mojím psom sme hrávali takú hru. On si myslel slovo skladajúce sa z troch písmen. Ja som vravel trojpísmenkové slová a snažil sa uhádnuť to jeho slovo. Aby to nebolo také ťažké, tak vždy zaštekal toľkokrát, koľko písmen z daného slova som uhádol. Za uhádnutie sa počítal len prípad, ak sa niektoré písmenko z práve povedaného slova zhodovalo s písmenom hľadaného slova na

tom istom mieste (napr. on si myslel ÁNO, ja som povedal ONI, správne je len N, psík zaštekal raz). Niekedy si myslel teda poriadne nezmysly. Viete uhádnuť, aké slovo si myslím ja, ak máte tieto indície? (slovo: počet uhádnutých písmen)
a) PER:2, DAR:2, DEJ:2
b) PAR:2, VAR:1, PEN:2

Riešenie: Na začiatok si musíme uvedomiť, že psík zašteká práve vtedy, ak sa písmenko z práve povedaného slova zhoduje s písmenom hľadaného slova na tom istom mieste, čiže ak máme dve slová, ktoré majú síce všetky rovnaké písmená, ale na rôznych miestach, psík nezašteká vôbec (napríklad NOC a CNO). Tiež nesmieme prehliadnuť vetu: Niekedy si myslel teda poriadne nezmysly. Tá nám hovorí, že slovo, ktoré si psík myslí, význam mať nemusí.

Najprv rozoberieme časť po a). Povedzme, že P je jedno z dvoch správnych písmen slova PER. Potom sa hľadané slovo začína na písmeno P, čiže v slovách DAR a DEJ je D nesprávne. Z toho ale vyplýva, že psíkovo slovo nám končí písmenami AR a EJ zároveň, čo ale nie je možné, preto v slove PER písmeno P určite nie je správne. Keďže v tomto slove sú správne práve dve písmená, musia to byť ER, čiže slovo, ktoré si psík myslí, končí písmenami ER. V druhom slove (DAR) je teda prvé správne písmeno R, A je nesprávne, teda druhé správne písmeno musí byť D. Čiže vidíme, že psík si myslí slovo DER. V slove DEJ sú teda správne písmená DE. Ak si spätne pozrieme všetky tri slová, zistíme, že sa zhodujú so psíkovým DER v dvoch písmenách, čiže skúška správnosti nám vyšla.

V časti po b) budeme vychádzať z prvého slova, a to zo slova PAR, v ktorom sú dobre 2 písmená. Najprv zistíme, čo by sa stalo, ak by správne boli písmená AR. Vidíme, že to sa nemôže stať, pretože druhé slovo (VAR), sa musí s hľadaným slovom zhodovať len v jednom písmene, a teraz by sa zhodovalo až v dvoch (AR). Čiže takýto prípad nenastane.

Ak by sa slovo PAR zhodovalo v písmenách PA, potom druhé slovo (VAR) by sa zhodovalo v písmene A, čo je len jedno písmeno, a teda to sedí a tretie slovo (PEN) by bolo rovnaké s hľadaným v písmene P. Ale keďže toto slovo má rovnaké až dve písmená a na druhom mieste je E, pričom už na začiatku sme povedali, že na druhom mieste musí byť A, potom tým posledným hľadaným písmenom bude N. Slovo, ktoré si psík myslí, je teda PAN.

Nesmieme ale zaspať na vavrínoch! Našli sme síce jedno riešenie, ale čo ak by sa prvé slovo nezhodovalo v písmenách PA, ale P,R? Potom by z druhého slova VAR bolo správne písmeno R a z tretieho P. V treťom slove (PEN) by sa určite nezhodovalo písmeno N, lebo posledné už máme R, a teda druhé správne písmeno by muselo byť E. Preto by psíkovo slovo bolo PER.

Našli sme dve slová, ale neoverili sme, či obe tieto slová skutočne vyhovujú zadaniu, preto overíme počet zhodných písmen v nájdených slovách so všetkými tromi slovami zo zadania a zistíme, že obe slová zadaniu vyhovujú.

Komentár: Riešení nám prišlo priam neúrekom, čomu sme sa veľmi potešili.

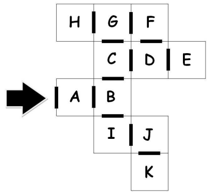
Mnohí z vás nemali postupy v svojich riešeniach dotiahnuté do konca, a tak museli ísť body dole. Kreativite sa medze nekladú, o čom nás presvedčili riešenia typu: PES, PEŇ, VON, VAK, VYŤ - avšak tie sme nemohli patrične oceniť :)

Úloha č. 5:

opravovali Paťo Turzák & Peter Milošovič

Pavol Klein

Zadanie: Mapa k miestu, ktoré hľadáte, je ukrytá v nie až tak legendárnom bludisku. Tvoria ho miestnosti poprepájané dverami (ako môžete vidieť na ďalšej mape, ktorú som vám dal). Dvere sa dajú otvoriť len týmito hrdzavými kľúčmi a ako náhle nimi prejdete, zavrú sa za vami. Navyše, kľúče sa po jednom použití rozpadnú. Do bludiska sa dá dostať len hlavným vchodom (smeruje k nemu tá nepatrná čierna šípka) a takisto sa dá otvoriť len hrdzavým kľúčom. Viete, v ktorých miestnostiach môžete skončiť, ak vám dám 5 takýchto kľúčov a museli by ste použiť všetky? A najmenej koľko kľúčov by som vám musel dať, aby ste dokázali prehľadať všetky miestnosti?



Riešenie: Aby sme sa v bludisku ľahšie orientovali, pomenujme si jednotlivé miestnosti tak, ako to vidno na obrázku. Ak použijeme kľúč na prechod z miestnosti X do miestnosti Y, tak tento náš počin nazveme jednoducho XY. Akonáhle do nejakej miestnosti vojdeme, dvere sa za nami nemilosrdne zabuchnú. V prípade, že chceme prejsť do inej(lebo táto sa nám nepáči) alebo vrátiť sa do predošlej(lebo tam bolo krajšie), musíme použiť kľúč. A ten sa po zvrtnutí v zámke pekne krásne rozpadne, takže na ďalší prechod by sme ho už použiť nemohli.

Dali nám 5 kľúčov a príkaz použiť všetky. Kde môžeme skončiť? - V ktorej z miestností sa môžeme ocitnúť pri aplikovaní posledného z kľúčov? 1 kľúč musíme použiť na to, aby sme sa vôbec do bludiska dostali. Ostali nám 4. Teraz sa môžeme buď vrátiť naspäť alebo AB.

1.)Vráťme sa naspäť. Týmto sa zároveň budeme musieť dostať naspäť do A, keďže chceme minúť všetky kľúče. Sme teda v miestnosti A s dvoma kľúčmi. Ak sa opäť vrátime, ostane nám len jeden kľúč a ten použijeme na vrátenie sa do bludiska. Ak AB, potom nám ostal len jeden kľúč a teraz môžeme BC, BI alebo BA. Vieme teda skončiť v miestnostiach A, C a I.

2.)AB. Ocitli sme sa v miestnosti B a k dispozícii máme ešte tri kľúče. Pri opustení miestnosti B budú kľúče iba dva - nemôžeme skončiť v miestnosti B, keďže sme od nej vzdialení na jedno použitie kľúča(ak do nej vstúpime, musíme vystúpiť, ak vstúpime do inej, ostane nám jeden kľúč a my už budeme od B vzdialení o 2). Ak sa dostaneme do miestnosti G, D či J, ostane nám len jeden kľúč (takže v nich sa skončiť nedá), a tým sa môžeme dostať do C, E, F, H, I a K. Po použití všetkých kľúčov sa teda môžeme nachádzať v A, C, E, F, H, I alebo K.

Koľko kľúčov by sme potrebovali na prebádanie celého objektu? Chceme použiť čo najmenej kľúčov, preto sa do miestnosti nebudeme vracať, ak to nie je nevyhnutné pre postup do iných a skončíme, ak už neostane miestnosť, do ktorej by naše nohy nevkročili. Prvý kľúč použijeme na vstup. Potom: AB, BC, CD, DE, ED, DF, FG, GH, HG, GC, CB, BI, BJ, BK. Alebo do druhej strany: AB, BI, IJ, JK, KJ, JI, IB, BC, CD, DE, ED, DF, FG, GH. Aj jedným aj druhým spôsobom sme použili 15 kľúčov (netreba zabúdať na ten, ktorý sme použili na vstup).

Komentár: Blúdili ste, veru blúdili. Niektorí z vás zabudli na to, že sa s kľúčmi môžu aj vracať naspäť, a preto nenašli v úlohe a) všetky možnosti. Pri riešení b) sa však táto nevedomosť vytratila a zrazu ste sa už vedeli pohybovať bludiskom kade-tade. Málokto však vyskúšal oba smery, väčšina z vás sa uspokojila s jedným vyskúšaním cesty. Na záver by som chcel vyzdvihnúť krásnu myšlienku, ako ušetriť kľúče: Drsňák a Sympatik predsa môžu podržať dvere!

Úloha č. 6:

opravovali Jano Jursa, Alica Ordošová & Kaťa Révészová

Michal Krtouš, Miroslav Bugorčík

Zadanie: Namaľoval som tento plot skladajúci sa zo 100 latiek nahnedo. Chcel som ho trošku oživiť, a tak som na každú štvrtú latku namaľoval modrú vlnku, na každú tretiu zelený trojuholník a na každú desiatu modrý krúžok. Odrátaval som latky sprava doľava. Koľko je takých latiek, ktoré obsahujú vlnku, trojuholník aj krúžok? Koľko latiek neobsahuje vlnku, trojuholník ani krúžok? Počkajte, čo ak sa ten plot skladá z 10 000 latiek?

Riešenie: a) Plot sa skladá zo 100 latiek. Na začiatok si každú latku očíslujeme. Vetu "na každú štvrtú latku namaľoval modrú vlnku" môžme ináč napísať takto: Modrá vlnka bola na latkách, ktoré boli deliteľné štyrmi (Samozrejme ich poradové číslo bolo deliteľné 4 ;). Vetu "na každú tretiu zelený trojuholník" napíšeme ako: Zelený trojuholník bol na latkách, ktoré boli deliteľné tromi. Vetu "na každú desiatu modrý krúžok" napíšeme ako: Modrý krúžok bol na latkách, ktoré boli deliteľné desiatimi. Otázku "Koľko je takých latiek, ktoré obsahujú vlnku, trojuholník aj krúžok" môžme položiť ako: Koľko čísel menších ako 100 (máme 100 latiek) je deliteľných 4; 3 a 10 zároveň? Otázku "Koľko latiek neobsahuje vlnku, trojuholník ani krúžok?" položíme ako: Koľko čísel menších ako 100 (máme 100 latiek) nie je deliteľných 4 ani 3 ani 10 ?

Najprv sa pozrime na prvú otázku. Najprv nájdeme, ktoré najmenšie číslo je deliteľné 4; 3 a 10 zároveň. Vieme, že najmenšie číslo, ktoré je deliteľné 4 a zároveň 3, je číslo 12 (byť deliteľným znamená, že po vydelení nám neostane žiaden zvyšok). Takže hľadáme číslo, ktoré je deliteľné 12 a zároveň 10. Vieme, že 10 sú deliteľné iba čísla, ktoré majú na mieste jednotiek nulu. Tiež vieme, že ak vynásobíme číslo dva päťkou, tak dostávame 10, a teda na mieste jednotiek nulu. Zistili sme teda, že hľadané číslo je $12.5 = 60$. Našli sme teda najmenšie číslo, ktoré je deliteľné 4; 3 a 10. Je najmenšie kvôli tomu, že žiadne z čísel 1, 2, 3, 4 po násobení dvanástkou nemajú na konci nulu, teda určite nie sú deliteľné desiatimi.

Teraz musíme zistiť, koľkokrát sa nachádza v 100. Už na prvý pohľad vidíme, že jedenkrát, no môžeme si to overiť, a to takto: $100 : 60 = 1$ zvyšok 40. Takže sme dostali odpoveď na prvú otázku. V plote, skladajúcom sa zo 100 latiek, je iba jedna taká, ktorá obsahuje vlnku, trojuholník aj krúžok naraz.

Ďalej máme zistiť, koľko čísel menších ako 100 nie je deliteľných 4 ani 3 ani 10. Zistíme to tak, že od 100 odrátame počet čísel, ktoré sú násobkami 4 alebo 3 alebo 10. Musíme si však dať pozor na tie, ktoré sú násobkami 4 a zároveň 3, alebo 3 a zároveň 10, alebo 4 a zároveň 10 a tiež nesmieme zabudnúť na čísla, ktoré sú násobkami všetkých troch. Tieto čísla totiž odrátame viackrát. Ukážeme si to na príklade čísla 12. Toto číslo je deliteľné 4 aj 3. Teda ho rátame ako násobok trojky - teda latku so zeleným trojuholníkom ale aj latku s modrou vlnkou. Ale uvedomme si, že dva znaky sú nakreslené na tej istej latke a v otázke je, koľko latiek nemá ani jeden útvar. No my sme odrátali latku aj ako latku, ktorej poradové číslo je násobkom trojky aj štvorky, a teda dvakrát, teda ju musíme raz pričítať, aby sme mali správny počet latiek. To isté platí aj pre ostatné latky, ktorých poradové číslo je násobkom trojky a štvorky zároveň (každá dvanásta) alebo trojky a desiatky zároveň (každá tridsiata) alebo štvorky a desiatky zároveň (každá dvadsiata). Tie totiž musíme prirátať naspäť, aby sme ich zarátali iba raz.

$100 : 4 = 25$, teda je 25 čísel deliteľných 4.
$100 : 3 = 33$ zvyšok 1, teda je 33 čísel deliteľných 3.
$100 : 10 = 10$, teda je 10 čísel deliteľných 10.

Teraz prirátame tie čísla, ktoré sme zarátali viackrát, a to takto:

- $4.3 = 12$; $100 : 12 = 8$ zvyšok 4, teda musíme prirátať 8 čísel, ktoré sme odrátali dvakrát (pri štvorke a trojke).
- $3.10 = 30$; $100 : 30 = 3$ zvyšok 10, teda musíme prirátať 3 čísla, ktoré sme odrátali dvakrát (pri trojke a desiatke).
- $4.10 = 40$, no najmenšie číslo, ktoré je po delení štyrmi aj desiatimi nemá žiaden zvyšok, je číslo 20, takže to ďalej bude vyzerať takto: $100 : 20 = 5$, teda musíme prirátať 5 čísel, ktoré sme zarátali dvakrát (pri štvorke a desiatke).

Ďalej odrátame čísla, ktoré sú deliteľné všetkými troma, a to preto, lebo sme ho prirátali dvakrát - pri 4.3 aj pri 3.10 aj pri 4.10, teda 60, čo je iba jedno číslo. Dostávame teda $100 - 25 - 33 - 10 + (8 + 3 + 5) - 1 = 47$. Je teda 47 latiek, ktoré neobsahujú vlnku ani trojuholník ani krúžok.

b) Plot sa skladá z 10 000 latiek. Opäť si všetky latky očíslujeme. Našou prvou úlohou je prísť na to, na koľkých latkách sú všetky tri útvary. Už vieme, že sú na každej 60. latke. Stačí nám teda zistiť, koľkokrát sa nachádza 60 v 10 000. $10000 : 60 = 166$ zvyšok 40. A tak hneď vieme, že ak by mal plot 10 000 latiek, tak na 166 z nich by bola vlnka, trojuholník aj krúžok naraz. Aj ďalšiu otázku riešime podobne ako v prvej časti. Teda zistíme, na koľkých latkách je aspoň jeden z útvarov, odčítame to od celkového počtu latiek, no opäť nesmieme zabudnúť na latky, na ktorých je útvarov viac.

10000 : 4 = 2500 - je 2 500 latiek, na ktorých je modrá vlnka
10000 : 3 = 3333 zvyšok 1 - je 3 333 latiek, na ktorých je zelený trojuholník
10000 : 10 = 1000 - je 1 000 latiek, na ktorých je modrý krúžok

Zistíme, koľko latiek má naraz:

- Vlnku trojuholník - 4.3 = 12; 10000 : 12 = 833 zvyšok 4. Je ich 833.
- Trojuholník a krúžok - 3.10 = 30; 10000 : 30 = 333 zvyšok 1. Je ich 333.
- Vlnku a krúžok - 4.10 = 40, no najmenšie číslo, ktoré po delení 4 aj 10 nemá žiaden zvyšok, je 20, a tak ďalej budeme počítať: 10000 : 20 = 500. Je ich 500.
- Vlnku, trojuholník aj krúžok - v prvej časti sme zistili, že ich je 166. Musíme ich však opäť odrátať, aby sme ich nezarátali viackrát - teda pri 4.3 aj 3.10 aj 4.10.

Dostávame $10000 - 2500 - 3333 - 1000 + 833 + 333 + 500 - 166 = 4667$.
Ak sa plot skladá z 10 000 latiek, tak je medzi nimi 4 667 latiek, ktoré neobsahujú vlnku ani trojuholník ani krúžok.

Komentár: Väčšina z vás si túto úlohu vypisovala, teda prvú časť a v druhej časti ste si to zľahčili tým, že ste iba vynásobili výsledky prvej časti stomi. To však nie je správny postup, čo sa odrazilo aj na vašich bodoch. Dúfame, že po prečítaní riešenia si úlohu ešte raz správne preriešite a hlavne, zapamätáte si, ako sa takéto úlohy riešia. Majiteľom 9 bodových riešení blahoželáme :)

Poradie riešiteľov po 2. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1.	Michal Krtouš	4.	ZZdibCZ	54	8	9	9	9	8	9	9	107
2. – 3.	Michal Horanský	4. B	ZTeplBA	53	9	9	8	9	3	9	9	106
	Miroslav Bugorčík	6. B	ZNov2KE	54	9	9	9	9	7	9	0	106
4.	Pavol Klein	5. A	ZŠtefPN	50	6	9	9	9	9	9	9	104
5.	Andrea Faguľová	4.	ZŠkolMG	51	9	9	9	9	6	5	9	102
6.	Martin Masrna	6. B	ZKro4KE	53	5	9	9	9	7	8	0	100
7.	Valentína Vancáková	1. A	GAlejKE	50	9	9	9	8	7	5	0	97
8.	Samuel Krajči	5. C	ZKe28KE	54	9	5	9	6	8	5	5	96
9. – 10.	Lenka Kopfová	5. A	ZHradCZ	48	6	7	9	8	8	7	7	94
	Nikola Svetozarov	6. B	ZKro4KE	50	7	9	9	9	7	3	0	94
11. – 12.	Tomáš Tóth	6. A	ZKro4KE	51	9	6	9	5	7	6	0	93
	Samuel Banas	3. C	ZBrezPN	50	6	-	8	9	7	4	9	93
13.	Martin Melicher	5. A	ZKro4KE	46	9	9	4	9	9	3	4	90
14.	Samuel Janitor	4.	ZMalIda	47	8	3	9	5	6	2	9	87
15.	Radomír Miščík	5. A	ZKro4KE	51	6	3	9	9	5	3	3	86
16.	Kamil Fedič	6. C	ZHrnčHÉ	50	9	4	9	7	4	1	0	84
17.	Roxana Rajtáková	6. A	ZKro4KE	43	6	7	8	9	5	3	0	81
18. – 20.	Max Örhalmi	1. OA	GAlejKE	43	6	4	8	9	4	6	0	80
	Tereza Straková	5. C	ZBajkPO	40	9	4	6	6	5	9	5	80

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Martin Seman	1. OB	GAlejKE	42	5	8	9	9	4	3	0	80
21. – 22.	Peter Onduš	1. OA	GAlejKE	39	6	9	9	9	7	-	0	79
	Petronela Kočiščáková	5. B	ZPoliKE	48	3	4	6	4	5	8	4	79
23.	Tomáš Čop	6. B	ZBajkPO	45	6	7	7	3	5	4	0	77
24. – 25.	Matúš Šuca	5. A	ZIngOSN	43	6	4	9	5	5	3	4	76
	Marek Lukáč	5. A	ZKro4KE	42	9	4	9	4	4	3	4	76
26. – 27.	Bohuš Staško	6. A	ZKro4KE	48	6	3	9	3	4	2	0	75
	Ondrej Rusnák	4. B	ZJPavlKE	45	5	3	3	3	2	8	8	75
28. – 29.	Ján Kučeravý	6. A	ZPPapBa	43	6	4	9	4	5	2	0	73
	Matúš Martinek	4. B	ZPoliKE	44	8	3	4	3	3	-	8	73
30.	Matej Genči	6. A	ZKro4KE	29	6	7	9	7	5	9	0	72
31.	Martin Ondejka	1. OB	GAlejKE	33	6	7	9	3	5	8	0	71
32. – 35.	Peter Čulen	6. A	ZKro4KE	33	9	4	9	5	5	4	0	69
	Ľudovít Palider	5. A	ZIngOSN	41	6	4	8	3	4	1	3	69
	Juraj Jursa	1.OB	GAlejKE	37	9	3	9	4	4	3	0	69
	Ján Kačur	6. A	ZHrnčHÉ	39	5	4	8	6	6	1	0	69
36.	Karin Šteňová	5. A	ZKomeSV	33	9	6	7	5	4	2	4	68
37.	Patrik Leinstein	5. A	ZStarKE	38	6	3	7	6	3	4	3	67
38. – 39.	Marián Lukáč	6. A	ZKe30KE	37	5	3	8	4	3	5	0	65
	Richard Ratica	5. C	ZBajkPO	39	8	3	4	3	4	4	3	65
40. – 43.	Zuzana Nadzamová	6. B	ZKro4KE	45	5	-	6	3	4	-	0	63
	Soňa Bachledová	6. A	ZAngeKE	34	6	3	5	7	6	2	0	63
	Natália Česánková	6. A	ZHvieLY	34	4	4	7	5	5	4	0	63
	Alexandra Zahornacká	5. C	ZBajkPO	42	6	3	3	3	3	0	3	63
44.	Laura Bodyová	6. B	ZKro4KE	38	6	3	7	3	3	2	0	62
45.	Viktória Vargová	4.	ZMalIda	34	8	3	3	1	2	3	8	61
46. – 47.	Samuel Novák	6. C	ZŠmerPO	29	5	3	7	5	2	8	0	59
	Adam Kalivoda	6. A	ZKro4KE	26	5	3	9	8	4	4	0	59
48.	Michal Lukáč	6. A	ZKro4KE	30	6	3	8	4	6	0	0	57
49. – 50.	Martin Zdravecký	6. A	ZKro4KE	34	5	3	4	4	5	1	0	56
	Filip Timko	5. A	ZKro4KE	33	5	3	4	5	3	2	3	56
51. – 52.	Jana Chovancová	4. C	ZNejeSN	19	9	3	9	1	4	2	9	55
	Kristína Bratková	6. A	ZKe30KE	24	5	5	7	5	3	6	0	55
53. – 54.	Viktória Fenčáková	6. B	ZKro4KE	27	9	4	4	3	4	2	0	53
	Alexandra Fabianová	6. A	ZKro4KE	29	6	3	7	4	0	4	0	53
55. – 57.	Veronika Mušinská	6. B	ZKro4KE	31	6	3	4	4	4	0	0	52
	Martin Demčák	5. B	ZKro4KE	35	-	3	3	3	4	2	2	52
	Dominika Lacková	5. A	ZStarKE	52	-	-	-	-	-	-	-	52
58.	Lívia Knapčoková	5. B	ZMaurKE	20	8	3	8	5	3	1	3	50
59.	Sofia Matiková	6. A	ZStanKE	27	9	5	3	3	2	0	0	49
60.	Jakub Kučerák	5. A	ZKro4KE	28	5	-	8	5	-	1	-	47
61.	Martin Petrovaj	5. A	ZKomeSV	30	3	3	8	0	1	0	0	45
62. – 64.	Tomáš Mihalik	5. A	ZKro4KE	23	5	3	8	-	3	1	1	44
	Ráchel Zimová	6. B	ZBajkPO	21	9	3	5	1	4	1	0	44
	Ján Kanca	6. A	ZPPapBa	30	-	3	9	-	-	2	0	44
65. – 67.	Jakub Ivanecký	6. A	ZKro4KE	17	6	3	8	3	3	2	0	42
	Jakub Juraško	6. B	ZBajkPO	19	6	3	6	4	2	2	0	42
	Dominika Jusková	6. A	ZStanKE	21	2	3	5	5	4	2	0	42
68. – 69.	Matej Dubinský	6. A	ZKro4KE	26	9	-	-	3	3	-	0	41
	Filip Malik	6. C	ZŠmerPO	23	6	3	3	3	1	2	0	41
70.	Alex Basala	6. C	ZŠmerPO	21	6	3	5	3	1	0	0	39
71. – 73.	Ema Šašalová	5. B	ZKro4KE	28	4	3	-	-	-	2	-	37
	Ivana Guzová	5. C	ZBajkPO	37	-	-	-	-	-	-	-	37
	Terezka Rudzanová	5.	SZSMas	18	4	3	6	4	0	1	1	37
74.	Šimon Juhás	5. A	ZKro4KE	27	-	3	5	-	1	0	-	36
75. – 76.	Natália Tóthová	6. B	ZKro4KE	35	-	-	-	-	-	-	0	35
	Franceska Tižová	5. A	ZIngOSN	35	-	-	-	-	-	-	-	35
77.	Miroslava Matejková	5. B	ZKro4KE	17	5	3	8	-	1	-	-	34
78.	Daniel Rákoš	5. B	ZBajkPO	33	-	-	-	-	-	-	-	33

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
79. – 80.	Lea Mladá	5. C	ZBajkPO	32	-	-	-	-	-	-	-	32
	Daniela Jenčová	5. E	ZŠmerPO	32	-	-	-	-	-	-	-	32
81. – 83.	Simona Ivanecká	1. OB	GAlejKE	0	6	3	8	6	5	3	0	31
	Martin Muzelák	6. A	ZStanKE	16	4	3	3	0	3	2	0	31
	Matúš Ferenčuha	5. A	ZKro4KE	18	5	-	-	7	0	1	-	31
84. – 85.	Martin Mičko	5. B	ZKro4KE	30	-	-	-	-	-	-	-	30
	Dávid Stripaj	5. A	ZKro4KE	24	6	-	-	-	-	-	-	30
86. – 87.	Radka Tabačková	5. A	ZKro4KE	19	2	3	-	-	5	-	-	29
	Dominika Urbanová	5. A	ZKro4KE	0	5	-	8	9	5	1	1	29
88.	Viktória Bundschulová	5. A	ZStarKE	0	6	3	9	1	4	3	3	28
89. – 90.	Kristián Petráš	5. A	ZKro4KE	27	-	-	-	-	-	-	-	27
	Martin Prečuch	6. B	ZBajkPO	15	1	3	6	0	2	0	0	27
91.	Radka Rešovská	5. A	ZStarKE	26	-	-	-	-	-	-	-	26
92. – 94.	Daniel Košč	1. OA	GKonšPO	24	-	-	-	-	-	-	0	24
	Angelique Vannel	5. A	ZStarKE	0	4	3	8	5	2	0	2	24
	Peter Fačko	6. B	ZKro4KE	24	-	-	-	-	-	-	0	24
95.	Patrik Lechman	6. A	ZStanKE	23	-	-	-	-	-	-	0	23
96.	Zora Kuruczová	5. B	ZKro4KE	0	4	3	5	3	2	3	3	21
97.	Peter Juhas	6. A	ZStanKE	11	-	-	5	0	2	0	0	18
98. – 99.	Nina Prigancová	5. B	ZKro4KE	13	4	-	-	-	-	-	-	17
	Natália Bryndzová	5. A	ZNejeSN	17	-	-	-	-	-	-	-	17
100.	Michal Komišák	5. B	ZBajkPO	16	-	-	-	-	-	-	-	16
101.	Štefan Vansač	5. A	ZIngOSN	10	-	-	2	0	1	1	-	14
102.	Dominika Hanzeľová	1. OB	GAlejKE	0	-	4	9	-	-	0	0	13
103. – 105.	Laura Pflugová	5. A	ZsvCMSN	9	-	-	-	-	-	-	-	9
	Nina Oľhová	6. B	ZBajkPO	9	-	-	-	-	-	-	0	9
	Linda Illésová	6. A	ZStanKE	9	-	-	-	-	-	-	0	9
106.	Lukáš Janík	5. A	ZStarKE	0	3	3	0	0	2	0	0	8
107.	Nikola Starovecká	5. A	ZNejeSN	5	-	-	-	-	-	-	-	5
108. – 109.	Dominika Dobšinská	5. A	ZNejeSN	1	-	-	-	-	-	-	-	1
	Jana Kičinová	5. A	ZNejeSN	1	-	-	-	-	-	-	-	1

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 3 • december • Zimná časť 20. ročníka (2010/2011)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`