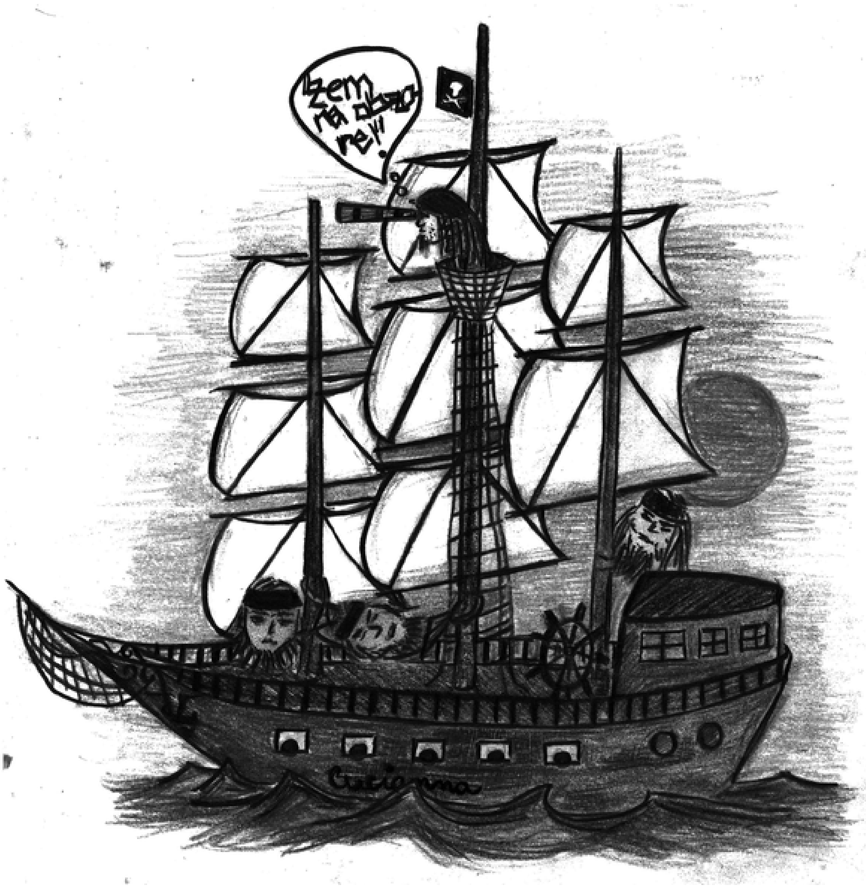
MALYNÁR

Číslo 2 • november 2012 **Zimná časť 22. ročníka**



http://malynar.strom.sk

Čaute Malynárčatá!

Aj vy to počujete? Vŕŕŕžg. Zatvárajú sa už dvere za Jeseňou. A . . . klop, klop, klop. To pani Zima klope na dvere. A možno nie. Možnože je to Martin na jeho bielom koni, ktorý tak klopká kopytami po zmrznutej zemi. To je vlastne jedno. Dúfam, že aj vy sa už tešíte na poriadnu guľovačku so spolužiakmi a kamarátmi. Veď kto by aj nie. Áno, pravda, škola je už v plnom prúde. Nebuďte ale smutní. Znamená to, že zase menej dní zostáva do Malynárskeho sústredka. A vy by ste naň určite radi šli. Preto šup, šup, berte perá do rúk, pripravte si papiere a poď ho rátať. Čaká vás predsa ešte jedna séria. Rozlúčka s Jeseňou a vítanie Zimy ešte chvíľu počká. Tak veselé riešenie.

Vaši Opravovatelia

Vzorové riešenia úloh 1. série Zimnej časti

Úloha č. 1:

opravovali Ján Dudič & Terka Volavková & Tóno Grómoczki

Katarína Sčíslaková, Samko Banas a Veronika Jaklovská

Zadanie: Pirát vesluje k svojej lodi na malom člne. Za ním sa ženú hladní domorodci. Ak sa dostane k svojej lodi skôr, ako ho dostihnú, tak je zachránený. Kanoe s domorodcami je od lode momentálne vzdialené 180 námorných stôp a domorodci sa plavia rýchlosťou 6 námorných stôp za minútu. Pirát má pred nimi náskok 35 námorných stôp, no jeho rýchlosť je iba 5 námorných stôp za minútu. Dostihnú domorodci piráta?

Riešenie: Najprv zo zadania vypíšeme všetky podstatné informácie:

Domorodci sú vzdialení od lode 180 námorných stôp.

Domorodci sa plavia rýchlosťou 6 námorných stôp za minútu.

Pirát má pred domorodcami náskok 35 námorných stôp.

Pirát sa plaví rýchlosťou 5 námorných stôp za minútu.

1. riešenie

Jeden zo spôsobov, ako zistiť, či domorodci dobehnú piráta, je zistiť, kto bude pri lodi skôr. Na to ale musíme najprv vedieť, ako ďaleko to má pirát k svojej lodi. Keďže domorodci sú od lode 180 námorných stôp a pirát to má od domorodcov k svojej lodi bližšie o 35 námorných stôp, rozdiel $180 - 35$ nám povie vzdialenosť piráta od svojej lode. Pirát je od svojej lode vzdialený $180 - 35 = 145$ námorných stôp.

Po prvej minúte naháňačky bude pirátovi k lodi zostávať $145 - 5 = 140$ námorných stôp. Po ďalšej minúte veslovania to bude opäť o päť menej a tak ďalej, až sa raz doplaví k svojej lodi. Každú minútu prejde teda 5 stôp dlhý úsek. Počet týchto 5 stôp dlhých úsekov, ktoré počas svojej plavby prekoná, bude zároveň aj počet minút, ktoré prejdú, kým sa doplaví k lodi. Počet úsekov vyrátame ako podiel dĺžky celej dráhy, ktorú musí pirát preplávať, a dĺžky jedného úseku. Pirát sa bude k svojej lodi plaviť $145 : 5 = 29$ minút.

Čas domorodcov si vyrátame úplne rovnako ako čas piráta, akurát čísla budú iné. Domorodci sa plavia rýchlosťou 6 námorných stôp za minútu, preto rozdelíme ich celkovú vzdialenosť, ktorou sa musia preplaviť, do 6 stôp dlhých úsekov. Rovnako ako pri pirátovi jeden úsek prekonajú za jednú minútu, preto opäť bude počet minút, ktoré prejdú, kým dosiahnú loď, rovný počtu úsekov, ktoré za ten čas prekonajú. Domorodci sa k lodi priplavia za $180 : 6 = 30$ minút. Keďže 29 minút je menej ako 30 minút, pirát bude pri svojej lodi prvý, a teda sa zachráni.

2. riešenie

Ďalší zo spôsobov riešenia tejto úlohy je porovnať, ako dlho potrvá domorodcom dolapiť piráta a ako dlho potrvá pirátovi doplaviť sa na loď.

Z predchádzajúceho riešenia už vieme, že pirát je od svojej lode vzdialený 145 námorných stôp a bude sa k svojej lodi plaviť 29 minút.

Keďže domorodci sa plavia rýchlosťou 6 námorných stôp za minútu a pirát len 5 námorných stôp za minútu, domorodci budú piráta postupne dobiehať. Ako rýchlo ho budú dobiehať zistíme, keď vyrátame rozdiel medzi ich rýchlosťami. Za každú minútu teda domorodci zmenšia náskok piráta o jednu námornú stopu. Za dve minúty teda zmenšia náskok o dve námorné stopy. Ak teda majú znížiť náskok na nulu, potrebujú ho znížiť o 35 námorných stôp. A keďže za minútu znížia náskok o jednu námornú stopu, piráta dobehnú za 35 minút. To im však nebude stačiť, nakoľko pirát bude po 29 minutách na svojej lodi, a tak pirát domorodcom ujde.

Komentár: Teší nás, že takmer absolútne všetci ste došli k správnemu výsledku. V riešeniach sa objavilo hneď niekoľko rôznych postupov, čo nás tiež potešilo. No a do tretice dobrých správ rozmanitosť kresieb dopĺňajúcich riešenie naozaj spravila každé riešenie svojským a jedinečným, a tak bola radosť opravovať tieto riešenia. Keďže bolo ťažké rozhodnúť o najlepšom riešení, rozhodli sme sa odmeniť každé riešenie, ktoré sa nám veľmi páčilo, našou vlastnou kresbou. Neoficiálnu súťaž o najvtipnejší obrázok (zahájenú počas opravovania) vyhral Filip Pereš a jeho „myšlienky hladných domorodcov“.

Teraz to horšie. Tak ako každú sériu, aj teraz vám prízvukujeme, aby ste detailne popisovali svoje riešenia. Aby každý výsledok mal svoj príklad, v ktorom ste ho vyrátali. Aby každý príklad, ktorý napíšete, mal svoj popis, čo ním vlastne vyrátate, prípadne čo znamenajú jednotlivé čísla, s ktorými počítate. Správny výsledok a vymenované príklady bez akéhokoľvek popisu vám plný počet bodov neprinesú. Rovnako ako správny výsledok a detailný popis postupu, ale žiaden výpočet. Numerické chyby taktiež znamenali stratu bodov.

Na záver chceme zdôrazniť, že každé riešenie má byť napísané na svojom vlastnom papieri formátu A4.

Úloha č. 2:

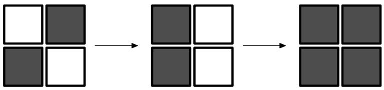
Patrik Turzák & Anton Gromóczki & Štefan Štec

Gabriela Genčiová, Michal Horanský a Norbert Michel

Zadanie: Na stole má kapitán rozložené kartičky, ktoré sú z jednej strany biele a z druhej čierne. Každú námornú sekundu môže otočiť dve kartičky, ktoré spolu susedia stranou. Vie takýmito otáčaniami dosiahnuť, aby boli všetky kartičky otočené čiernou stranou nahor, ak na začiatku boli rozložené ako na obrázku? Ak áno, najmenej koľko námorných sekúnd na to potrebuje?

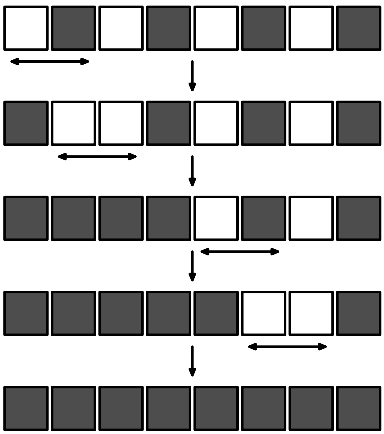
Riešenie: Potrebujeme k sebe dostať 2 biele kartičky tak, aby sme ich mohli naraz otočiť na čiernu stranu. Preto, že počiatočné rozloženie je vlastne šachovnica, podarí sa nám to hocikedy, keď otočíme dve susediace kartičky.

Celú šachovnicu je možné rozdeliť na menšie štvorčeky 2×2. Ak v nej otočíme dve kartičky, vedľa seba dostaneme dvojicu bielych a dvojicu čiernych. Bielu dvojicu potom otočíme a dostaneme štyri čierne kartičky.



Rovnako otočíme všetky štvorice kartičiek. V celom štvorci ich je 16, na otočenie každej potrebujeme 2 sekundy, a teda na otočenie všetkých kartičiek 32 sekúnd.

Môžeme otáčať aj po jednotlivých stĺpcoch alebo riadkoch nasledujúcim spôsobom (pre riadky):



Takto nám každý riadok trvá 4 sekundy, spolu je 8 riadkov, a teda na otočenie všetkých kartičiek je potrebných, aj týmto spôsobom, 32 sekúnd. Ostáva otázka, či sa to nedá urobiť rýchlejšie.

Všimnime si, že ak otočíme jednu bielu a jednu čiernu kartičku, farby si len vymenia miesta a počet bielych i čiernych kartičiek ostáva rovnaký, ako pred sekundou. Ak však otočíme dve biele, zbavíme sa ich a namiesto toho tam ostanú dve čierne. Aby nám neostali žiadne biele kartičky, musíme teda 16−krát otočiť dve susediace biele kartičky. No keďže na začiatku sú kartičky usporiadané v šachovnici, žiadne dve biele kartičky spolu nesusedia, a tak vždy predtým musíme vymeniť miesta jednej bielej a jednej čiernej kartičky, aby spolu susedili. Zbavenie sa dvojice bielych kartičiek trvá teda 2 sekundy, a teda zbavenie sa 32 (16 dvojíc) bielych kartičiek 32 sekúnd. Ak by sme otáčali kratšie, určite by nám ostali nejaké dve kartičky.

Komentár: Veľká väčšina z vás prišla na aspoň jeden spôsob, ako otočiť všetky kartičky čiernou stranou nahor, čím úspešne vyriešila prvú časť úlohy. Občas sa síce vyskytli drobné numerické chyby pri spočítavaní počtu sekúnd, za to však šiel dole len jeden bod.

Málokto sa však pozastavil nad tým, že podľa zadania ste mali nájsť najkratší čas, za ktorý sa to dá. I keď ste ho väčšinou našli, chýbalo vám odôvodnenie, prečo je práve ten váš výsledok ten najkratší možný - to v podobných úlohách musíte napísať.

Úloha č. 3:

opravovali Peťo Milošovič & Tomáš Daneshjo & Roman Staňo

Matej Hanus, Norbert Micheľ, Michal Masrna, Anna Kleinová

Zadanie: Na lodi sú tri nádoby: zelená, ktorá má objem 8 litrov, červená, ktorá má objem 5 litrov a modrá s objemom 3 litre. Momentálne je v zelenej 5 litrov vody, v červenej sú 3 litre vody a v modrej 2 litre vody. Ako má námorník v tejto situácii postupovať, ak chce prelievaním dosiahnuť aby

a) bol v zelenej nádobe práve 1 liter

b) bol v červenej nádobe práve 1 liter

c) bol v modrej nádobe práve 1 liter?

Vodu nesmie vylievať a nádoby sú nepriehľadné. Dá sa každá z úloh splniť na najviac dve prelievania?

Riešenie: Na začiatok by bolo dobré povedať, čo vlastne prelievanie znamená, lebo dosť riešiteľov pochopilo zadanie zle. Keďže sú sudy nepriehľadné a my nemáme žiadne odmerky, nemôžeme si preliať ľubovoľné množstvo vody. Pod pojmom preliatie rozumieme preliatie až doplna, t.j. ak chcem prelievať napr. zo zeleného suda (stav 5/8 (týmto zápisom myslíme, že v nádobe s objemom 8 litrov je teraz 5 litrov)) do červeného (stav 3/5), môžem preliať jedine do stavu zelená (3/8) a červená (5/5), čiže preliať až do plna. Napr. stav zelená (4/8) a červená (4/5) neviem dosiahnuť jedným preliatím, lebo nemám ako zistiť, že som prelial presne jeden liter. Naplňte si poháre, vyskúšajte to a uvidíte, že sa Vám to nepodarí :)

a) Na to, aby sme v zelenej nádobe dostali 1 liter, musíme z nej odliať 4 litre, lebo v zelenej nádobe máme 5 litrov, čo je o 4 litre viac ako 1 liter, ktorý nám tam musí ostať. Lenže v červenej nádobe máme voľné iba 2 litre, pretože červená nádoba má objem 5 litrov, ale 3 litre sú už v nej. Modrá nádoba má objem 3 litre a je zaplnená 2 litrami vody, to znamená, že je tam miesto už len pre 1 liter. Dokopy máme voľných $1 + 2 = 3$ litre vody, čo je menej ako 4 voľné litre, ktoré potrebujeme. A keďže vodu nemôžeme vyliať mimo nádob, v zelenej nádobe 1 liter nedosiahneme. Úloha nemá riešenie.

b) Pozrime sa, či je úloha riešiteľná na 2 preliatia. 1 liter v červenej nádobe môžeme dosiahnuť buď tak, že z nej odlejeme 2 litre do inej nádoby, alebo ju vyprázdnime a prilejeme do nej 1 liter. Zoberme si prvú možnosť. Pozrime sa, či môžeme preliať 2 litre do niektorej zo zvyšných nádob. V modrej nádobe je miesto pre 1 liter a v zelenej pre 3 litre, čiže ak prelejeme vodu do modrej, v červenej zostanú 2 litre, a ak do zelenej, tak červená ostane prázdna. Takto to teda nepôjde. Môžeme ešte skúsiť preliať vodu medzi modrou a zelenou nádobou alebo naopak, a pozrieť sa, či sa tak nevytvorí miesto práve pre 2 litre. Ak prelejem vodu z modrej do zelenej, v zelenej bude miesto pre 1 liter a v modrej pre 3 litre. Ak to urobíme naopak, v modrej už miesto nebude a v zelenej bude miesto pre 4 litre. Ani jeden z týchto stavov nám nevyhovuje.

Vráťme sa preto na začiatok a vyskúšajme druhú možnosť: vyprázdnenie červenej nádoby a priliatie jedného litru z inej nádoby. Vidíme, že červenú nádobu vieme na jedno preliatie vyprázdniť len do zelenej. V modrej nádobe už nie je toľko miesta, a teda v červenej nádobe by nám ostala voda, ktorú by sme museli vyprázdniť do zelenej. To by už však bol druhý ťah, a to nám nijak nepomôže. Ak vyprázdnime červenú nádobu do zelenej, do červenej nádoby môžeme preliať vodu buď naspäť zo zelenej, alebo z modrej. V prvom prípade prelejeme do červenej 5 litrov a v druhom 2 litre. My tam však chceme 1 liter! Takto sme sa presvedčili, že úloha b) sa na dve preliatia určite splniť nedá.

Ponúkame riešenie napríklad na 3 ťahy (ktoré by sme dostali len rozvitím našej prvotnej myšlienky):

Prelejme vodu zo zelenej nádoby (stav 5/8) do modrej s aktuálnym stavom (2/3). Dostaneme tak stavy modrá (3/3) a zelená (4/8). Prelejme vodu z modrej do červenej s aktuálnym stavom (3/5). Dostanem tak stavy červená (5/5) a modrá (1/3) (týmto krokom sme splnili aj časť c), tá je však podrobnejšie vysvetlená až ďalej). A posledný tretí krok bude preliatie vody z červenej so stavom (5/5) do zelenej nádoby so stavom (4/8).Výsledok budú stavy modrá (1/3), červená (1/5) a zelená (8/8).

c) Na to, aby mi v modrej nádobe ostal iba jeden liter, musíme buď z plnej nádoby (3 litre) odliať 2 litre, alebo z nádoby naplnenej do 2 litrov (začiatočný stav nádoby) odliať jeden liter, alebo do prázdnej nádoby vliať 1 liter. Rozoberme prvú možnosť. Ak by sme mali modrú nádobu plnú, musíme z nej odliať 2 litre. To znamená, že ak je nádoba, ktorá má voľné práve dva litre zo svojho objemu, úloha je vyriešená. Zo zadanie vidíme, že červená nádoba má práve 2 litre voľné. Ostáva nám už len vyriešiť, ako zabezpečiť, ako bude modrá nádoba plná. Na to nám poslúži napr. zelená nádoba, z ktorej môžeme modrú nádobu doplniť až po vrch. Takže 1 liter v modrej nádobe vieme dosiahnuť napríklad takto: Prelejeme vodu zo zelenej nádoby so stavom (5/8) do modrej nádoby s aktuálnym stavom (2/3). Získame tak stavy zelená (4/8) a modrá (3/3). Ďalej prelejeme vodu z modrej nádoby so stavom (3/3) do červenej s aktuálnym stavom (3/5). Tým získame stavy červená (5/5) a modrá (1/3). Ukázali sme tak, že úloha sa dá splniť aj na dve prelievania.

Komentár: Väčšina z vás získala v úlohe pomerne vysoký počet bodov. Najčastejšou chybou bolo nedostatočné opísanie a vysvetlenie riešenia, hlavne v časti b) (to, že ukážete postup na tri preliatia, ešte neznamená, že postup na dve preliatia nexistuje. To treba nejako dokázať! Na tom mnohí z vás stratili nejaký ten bodík. Ďalšou, o čosi závažnejšou chybou, bolo zlé pochopenie princípu prelievania. Viacerí z vás v postupoch využívali prelievanie ľubovoľného množstva vody (čo nebolo možné), a to viedlo k vyššej bodovej strate.

Úloha č. 4:

opravovali Lucka Magurová & Miro Kulifaj & Eugen Špakovský

Matej Hanus

Zadanie: Pred futbalovým zápasom Sever proti Juhu vyslovila prorokyňa 5 predpovedí:

a) nebude remíza

b) Juh dostane gól

c) Sever vyhrá

d) Sever neprehrá

e) V zápase padnú presne tri góly

Po zápase sa však ukázalo, že len tri predpovede boli pravdivé. S akým stavom skončil zápas?

Riešenie: Úlohu je možné riešiť viacerými spôsobmi. Napríklad vyskúšaním všetkých možných desiatich trojíc alebo nejakým logickým odvodzovaním. My však vo vzorovom riešení ukážeme najjednoduchší, celkom rýchly postup, ktorý je hlavne úplne jednoznačný.

Zápas medzi Severom a Juhom sa mohol skončiť 3 možnosťami:

1. Sever vyhrá.

2. Zápas skončí remízou.
3. Juh vyhrá.

Rozoberme pravdivosť/nepravdivosť prorokyne pri jednotlivých možnostiach.

Sever vyhrá.

a) nebude remíza – pravda, pretože vyhrá Sever

b) Juh dostane gól – pravda, pretože Sever vyhrá len v tom prípade, že dá Juhu viac gólov ako Juh jemu, a ak by aj Juh neskóroval, Sever musí dať aspoň jeden gól

c) Sever vyhrá – pravda

d) Sever neprehrá – pravda, lebo Sever vyhrá

e) v zápase padnú presne 3 góly – nevieme to s istotou určiť – mohlo sa to stať, ale nemuselo

Ak by vyhral Sever, určite by boli aspoň štyri predpovede pravdivé (a, b, c, d), čo je viac ako tri. V tomto prípade sa nemôže stať, že budú presne tri predpovede pravdivé.

Zápas skončí remízou.

a) nebude remíza – nepravdivé tvrdenie

b) Juh dostane gól – nedá sa určiť, môže byť stav $0 : 0$, vtedy to nebude pravda, ale pri iných remízových stavoch ($1 : 1$, $2 : 2$, $\ldots$) už Juh gól dostane

c) Sever vyhrá – nie je to pravda, lebo je remíza

d) Sever neprehrá – pravda, pri remíze Sever naozaj neprehrá

e) v zápase padnú presne 3 góly – nepravdivé, pretože ak bude remíza, znamená to, že každý tím dá rovnako veľa gólov, takže dokopy v zápase musí padnúť dvojnásobok gólov, ktoré dostal jeden tím (hociktorý), čo je párny počet, a teda 3 (nepárne číslo) to byť nemôže

Vidíme, že v prípade remízy by mohli byť pravdivé najviac dva výroky (b, d), čo je zas naopak menej ako tri. Tento prípad môžeme tiež vylúčiť.

V prípade remízy by bol 1 alebo 2 výroky pravdivé, a nie 3.

Juh vyhrá.

a) nebude remíza – pravda, pretože vyhrá Juh

b) Juh dostane gól – nedá sa určiť, zápas môže skončiť so stavom $1 : 0$, $2 : 0$, $\ldots$

c) Sever vyhrá – nie je to pravda, veď vyhrá Juh

d) Sever neprehrá – nepravdivé, keďže Sever prehrá

e) v zápase padnú presne 3 góly – nevieme s istotou určiť, okrem nuly môže padnúť akýkoľvek iný počet gólov

V tomto prípade môžu byť pravdivé 1, 2 alebo 3 tvrdenia. Keďže sme už predošlé dve možnosti vylúčili, zostáva nám už len táto možnosť (Juh vyhral). V tomto prípade môže nastať, že budú presne 3 tvrdenia pravdivé, a to konkrétne a, b, e. Ak vieme, že práve tieto tri tvrdenia musia byť pravdivé, môžeme sa skúsiť pozrieť na výsledok zápasu.

a) nebude remíza – Juh vyhrá

e) v zápase padnú presne 3 góly – zápas skončí so stavom 3 : 0 alebo 2 : 1 pre Juh

b) Juh dostane gól – z možností 3 : 0 a 2 : 1 nám zostala už len možnosť 2 : 1

Zápas skončil so stavom 2 : 1 pre Juh.

Komentár: Riešení bolo veľa bez postupu, len s výsledkom. Do budúcna, ten fakt treba, inak, bohužiaľ, nikdy nedostanete veľa bodov. V tejto úlohe ste si mali dávať pozor hlavne na slovíčka ako aspoň, najviac, presne. Lebo ak máte aspoň dve správne predpovede, môže sa stať, že budete mať aj tri, a tento výsledok bude ten správny. Tiež si uvedomte, že to, že „Juh dostane gól“, neznamená, že musí dostať presne jeden gól, ale aspoň jeden. Jednoducho to hovorí o tom, že s istotou dostane jeden gól, o ďalších to už nevraví nič. A to najdôležitejšie nakoniec. Sever VYHRÁ a Sever NEPREHRÁ nie je to isté. Neprehrá môže znamenať aj remízu, čo môžete vidieť vo vzoráku. Tak nabudúce veľa šťastia a pozor na takéto maličkosti.

Úloha č. 5:

opravovali Tina Oravcová & Florián Hatala & Lukrécia Mertová

Dárius Pacholský, Michal Horanský

Zadanie: Jakub má 4 paličky. Smutne zistil, že zo žiadnych troch z nich sa nedá postaviť trojuholník. Aké mohli mať jeho paličky dĺžky, ak vznikli rozsekaním palice dlhej 100 námorných jednotiek na štyri časti? Dá sa palica s touto dĺžkou rozsekať na štyri menšie tak, aby sa trojuholník dal vytvoriť z každej trojice paličiek?

Riešenie: Riešením úlohy v oboch prípadoch je nájdenie aspoň jednej štvorice palíc spĺňajúcej podmienky zadania. Postačí nájsť jedno riešenie a ukázať, že spĺňa to, čo má. Na to potrebujeme vedieť, čo znamená, že z trojice paličiek sa dá zostrojiť trojuholník.

Bez ohľadu na zadanie majme trojicu paličiek dĺžky 1 cm, 2 cm a 3 cm. Viem z nich zostrojiť trojuholník? Nie nevieme. Prečo? Predstavme si, že náš trojuholník vyjadruje vzdialenosť medzi mestami (vrcholmi trojuholníka ABC). Z mesta A do mesta B je cesta dlhá 1. Z mesta B do mesta C je cesta dlhá 2. Z mesta C do mesta A je cesta dlhá 3. Najkratšia cesta je cesta po priamke. Ako si môžeme všimnúť, z A do C sa dostanem aj cez mesto B po ceste dlhej 3 (vzdialenosť z A do B plus vzdialenosť z B do C). Takže mesto B leží na priamke medzi mestami A a C. V takomto prípade by náš trojuholník vyzeral ako priamka. A my vieme, že vrcholy trojuholníka neležia na jednej priamke. Ak chceme, aby mesto B bolo mimo cesty medzi A a C, tak vzdialenosť z A do B plus vzdialenosť z B do C musí byť väčšia ako vzdialenosť z mesta A do mesta C. (Ako by to bolo, ak by vzdialenosť z A do B plus vzdialenosť z B do C bola menšia ako vzdialenosť z mesta A do mesta C, vám necháme na premyslenie). Čo nám z toho vyplýva? Ak chceme, aby trojuholník existoval, musí platiť, že vzdialenosť z jedného vrcholu do druhého vrcholu plus vzdialenosť z druhého vrcholu do tretieho vrcholu musí byť väčšia ako vzdialenosť z prvého vrcholu do tretieho vrcholu. Tomu hovoríme, že musí byť splnená trojuholníková nerovnosť.

V našom príklade by muselo platiť, že $1 + 2 > 3$, $1 + 3 > 2$ a $2 + 3 > 1$. Prvá nerovnosť neplatí, a tak trojuholník s takýmito dĺžkami strán neexistuje.

Tak a teraz sa pustíme do riešenia našej úlohy.

V prvej časti potrebujeme štvoricu paličiek, z ktorých neviem vybrať žiadnu trojicu, z ktorej vieme postaviť trojuholník. Teda nech vyberieme akékoľvek tri paličky zo štyroch paličiek, tak dĺžky paličiek nespĺňajú trojuholníkovú nerovnosť. Úlohou bolo nájsť aspoň jedno riešenie, a tak skúšaním nájdeme napríklad paličky dĺžky 1 námorná jednotka, 1 námorná jednotka, 2 námorne jednotky a 96 námorných jednotiek.

V druhej časti potrebujeme štvoricu paličiek, z ktorých ak vyberieme ľubovoľné tri paličky, vieme postaviť trojuholník. Úlohou bolo nájsť aspoň jedno riešenie, a tak skúšaním nájdeme napríklad štyri paličky dĺžky 25 námorných jednotiek.

Komentár: S úlohou ste sa mnohí popasovali veľmi pekne. Našla sa spústa možností, ako mohol Jakub rozsekať paličku tak, aby ani z jednej trojice ľubovoľne zvolených paličiek nevedel poskladať trojuholník. Správnym riešeniam však často chýbal postup a odôvodnenie jednotlivých krôčikov alebo ste zabudli spomenúť, že riešení je viac aj keď stačilo nájsť naozaj len jedno. Preto sme museli strhávať nejaké tie body, čo nás veľmi mrzí.Veríme však, že úlohy z ďalšej série už nebudú len o výsledkoch a držíme vám prsty :)

Úloha č. 6:

opravovali Lucka Magurová & Jožo Lelič & Lucka Leličová

Matej Hanus

Zadanie: Vo vreci sú kúsky z troch máp, ktoré sa mi rozpadli a pomiešali. Jedna z nich sa rozpadla na 9 kúskov, druhá na 11 kúskov a tretia na 8 kúskov. Koľko najmenej kúskov si musíš pýtať, ak chceš mať aspoň z jednej mapy dva kúsky? A koľko najmenej kúskov si musíš pýtať, ak chceš mať z každej mapy aspoň jeden kúsok?

Riešenie: Na začiatok si ujasnime, čo od nás vlastne úloha chce. Musíme si pýtať nejaký počet kúskov, aby sme splnili úlohu, a tento počet má byť najmenší možný. Čiže ak by sme si pýtali čo i len o kúsok menej, úlohu by sme už nesplnili.

Koľko najmenej kúskov si musím pýtať, ak chcem mať aspoň z jednej mapy dva *kúsky?*

Ak chcem mať istotu, že medzi kúskami, ktoré vlastním, sú aspoň dva z tej istej mapy, určite musím mať pri sebe viac kúskov ako je všetkých máp spolu, inak by sa mohlo stať, že každý je z inej. Pri takomto počte kúskov už nemôže byť každý z inej mapy, veď to by predsa nedávalo zmysel. A keďže mapy sú tri, stačí nám pýtať viac ako tri kúsky, aby sme určite splnili požiadavku úlohy. No a najmenší počet kúskov, pre ktorý je úloha splnená, je štyri. Postačia nám teda štyri ľubovoľné kúsky a naisto medzi nimi budú aspoň 2 kúsky z rovnakej mapy.

Koľko najmenej kúskov si musím pýtať, ak chcem mať z každej mapy aspoň jeden kúsok?

Skúsme sa na najprv zamyslieť nad inými otázkami. Koľko najmenej kúskov si musíme pýtať, ak chceme mať aspoň jeden kúsok z mapy, ktorá sa rozpadla na 11 kúskov? Tak určite si ich musíme popýtať toľko, aby vo vreci neostalo ani 11 kúskov, inak by to mohli byť práve kúsky našej požadovanej mapy. Ak ich tam ostane len 10, naisto sa aspoň jeden kúsok nachádza u nás, keďže vo vreci ostať nemohol. Stačí, ak si budeme pýtať 18 kúskov (všetkých je 28 a 10 ostane vo vreci). Ako je to pre mapu, ktorá sa rozpadla na 9 kúskov? Uvažujeme rovnako, no tentokrát stačí, aby vo vreci ostalo 8 kúskov. Takže si popýtame 20 kúskov. Tým však máme zaručené, že máme aj nejaký z mapy, čo sa rozpadla na 11 kúskov, pretože to sa stalo už keď sme si pýtali 18, a teraz sme si ich pýtali viac. No a pre poslednú z máp chceme, aby vo vreci ostalo 7 kúskov. Postačí nám teda získať 21 kúskov. Tým však dosiahneme aj to, že vlastníme kúsok z každej mapy, a teda sme splnili úlohu. Menej si pýtať nemôžeme, lebo potom by sme nemuseli dostať žiaden kúsok z mapy, ktorá sa rozpadla na 8 kúskov.

Komentár: Niektorí z vás si zle prečítali zadanie, čo nás veľmi mrzí, pretože sme vám nemohli dať toľko bodov, koľko by ste si zaslúžili. Dávajte si pozor na slovíčko „aspoň“, lebo bez neho môže výsledok nadobudnúť iný význam. A nakoniec, Alejáci, štastie v matike neexistuje :)

Poradie riešiteľov po 1. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1. – 2.	Norbert Micheľ	5. A	ZKro4KE	0	8	9	9	9	9	9	9	54
	Gabriela Genčiová	5. B	ZKro4KE	0	9	9	8	9	9	9	9	54
3.	Anna Kleinová	4. A	ZŠtefPN	0	9	7	9	9	8	9	9	53
4.	Matúš Masrna	4. A	ZKro4KE	0	9	7	8	9	8	9	9	52
5. – 8.	Jakub Mičko	4. B	ZKro4KE	0	8	8	8	3	9	9	9	51
	Adam Čabrák	4. A	ZKro4KE	0	9	7	8	9	4	9	9	51
	Jakub Patrik	6. A	ZKro4KE	0	9	7	8	9	9	9	0	51
	Michal Masrna	6. B	ZKro4KE	0	8	7	9	9	9	9	0	51
9. – 11.	Matej Hanus	6. A	ZKro4KE	0	9	7	9	9	7	9	0	50
	Radován Laščák	6. B	ZKro4KE	0	9	7	8	9	8	9	0	50
	František Gábor	6. A	ZKro4KE	0	9	7	8	9	8	9	0	50
12. – 14.	Viktória Smolárová	4. A	ZOravJa	0	8	7	8	2	8	9	9	49

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Simona Sabovčíková	5. B	ZKro4KE	0	8	7	9	5	9	9	7	49
	Ján Richnavský	5. B	ZKro4KE	0	9	7	8	6	9	9	7	49
15. – 17.	Jakub Kuľka	3. A	ZSDrienov	0	9	7	6	8	-	9	9	48
	Tomáš Feciskanin	5. C	ZJPavlKE	0	9	7	8	6	8	9	7	48
	Martin Kánássy	5. B	ZKro4KE	0	9	7	1	9	7	9	7	48
18. – 20.	Filip Pereš	5. A	ZKro4KE	0	9	7	8	9	7	-	7	47
	Peter Zimovčák	6. B	ZKro4KE	0	9	7	8	9	9	5	0	47
	Patrik Paľovčík	6. A	ZKro4KE	0	8	7	7	9	7	9	0	47
21. – 25.	Adam Garafa	4. A	ZKro4KE	0	6	7	7	2	8	9	9	46
	Róbert Sabovčík	6. A	ZKro4KE	0	8	7	9	4	9	9	0	46
	Tomáš Chovančák	6. B	ZKro4KE	0	8	8	8	5	8	9	0	46
	Dárius Pacholský	6. A	ZKro4KE	0	9	7	8	4	9	9	0	46
	Simona Jacková	4. B	ZKro4KE	0	8	7	6	3	7	9	9	46
26. – 29.	Michal Horanský	Prima C	ZTeplBA	0	0	9	9	9	9	9	0	45
	Alex Removčík	6. A	ZŠmerPO	0	9	7	3	9	8	9	0	45
	Oliver Čajka	5. B	ZKro4KE	0	9	7	8	2	7	7	7	45
	Veronika Danková	Prima B	GAlejKE	0	9	7	8	4	8	9	0	45
30.	Samuel Banas	5. A	ZBrezPN	0	9	-	8	9	8	5	5	44
31. – 32.	Katarína Sčísláková	6. B	ZHvieLY	0	9	7	3	6	9	9	0	43
	Michaela Rusnáková	5. A	ZBrusKE	0	9	7	8	5	5	9	5	43
33. – 35.	Martin Albert Gbúr	6. A	ZKro4KE	0	8	6	8	3	8	9	0	42
	Soňa Liptáková	6. B	ZKro4KE	0	9	7	8	9	-	9	0	42
	Martin Kuľka	6.	ZSDrienov	0	9	7	8	9	-	9	0	42
36. – 37.	Terézia Kurucová	4. A	ZKomeSB	0	8	7	3	2	5	9	9	41
	Tomáš Miščík	5. B	ZKro4KE	0	9	2	8	9	3	9	3	41
38. – 39.	Tomáš Prielomek	5. A	ZOravJa	0	5	7	7	2	8	8	5	40
	Diana Rudzanová	prima B	GAlejKE	0	6	7	7	6	8	6	0	40
40.	Michal Kavuľa	6.B	ZKro4KE	0	9	6	8	7	-	9	0	39
41. – 44.	Lujza Milotová	5. A	ZBrusKE	0	9	7	8	1	4	6	4	38
	Kristína Šedovičová	5. B	ZKro4KE	0	9	7	2	4	9	5	4	38
	Nina Mizeráková	5. C	ZŠmerPO	0	9	7	3	1	7	9	3	38
	Stanislav Jochman	Prima A	GAlejKE	0	5	7	8	2	7	9	0	38
45.	Daniel Kalina	5. B	ZKro4KE	0	9	7	7	2	4	6	4	37
46. – 48.	Benjamín Mravec	6. B	ZKro4KE	0	8	7	9	0	7	5	0	36
	Dominik Červený	6. B	ZKro4KE	0	8	7	4	3	9	5	0	36
	Jakub Pravda	Prima C	ZSkaBA	0	9	7	3	4	4	9	0	36
49.	Matej Tarča	6. B	ZKro4KE	0	9	7	8	6	-	5	0	35
50. – 52.	Sofia Kuliková	5.A	ZZeliKE	0	9	4	3	1	8	7	3	34
	Hugo Hežel	Prima B	GAlejKE	0	5	3	8	1	8	9	0	34
	Frederik Ténai	5. B	ZAngeKE	0	6	-	8	2	8	8	2	34
53. – 55.	Veronika Jaklovská	6. A	ZMalIda	0	9	7	5	5	7	0	0	33
	Dávid Erdödy	5. A	ZTomKe	0	9	2	8	2	3	9	2	33
	Martin Želinský	5. A	ZKro4KE	0	9	7	7	2	-	6	2	33
56.	Bruno Radvánsky	prima B	GAlejKE	0	4	6	7	2	3	9	0	31
57. – 59.	Richard Ciglanský	Prima A	GAlejKE	0	3	7	3	9	7	1	0	30
	Janka Jankivová	6. A	ZŠmerPO	0	4	7	7	0	3	9	0	30
	Soňa Špakovská	5. A	ZTomKe	0	5	7	3	2	3	9	3	30
60. – 62.	Marek Čižmár	5. B	ZTomKe	0	6	7	6	2	4	3	3	29
	Daniela Cinkaničová	5. C	ZTomKe	0	9	7	6	1	3	2	2	29
	Norbert Lukáč	6. A	ZKomeSB	0	7	3	3	2	5	9	0	29
63. – 66.	Matej Polák	4. B	ZOravJa	0	1	7	3	0	8	1	8	28
	Veronika Belániová	5.	ZJeleNH	0	9	5	8	2	2	0	2	28
	René Čáky	Prima A	GAlejKE	0	9	7	4	2	2	4	0	28
	Simona Vrbová	5. A	ZKro4KE	0	9	6	7	2	2	-	2	28
67. – 71.	Martin Bertko	Prima A	GAlejKE	0	8	7	0	2	1	9	0	27
	Róbert Bažalik	5.A	ZZeliKE	0	9	7	1	2	5	2	2	27
	Róbert Tóth	6.	ZZeliKE	0	6	7	5	7	2	0	0	27
	Salim Al-Zabidi	5. C	ZTomKe	0	5	1	5	3	4	7	3	27
	Laura Antolová	5.	ZJeleNH	0	5	7	8	0	3	2	2	27

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
72. – 74.	Tomáš Čorej	5. C	ZŠmerPO	0	9	2	3	5	2	5	2	26
	Martin Kozák	prima B	GAlejKE	0	8	3	8	0	7	0	0	26
	Cyntia Vargová	5. A	ZTomKe	0	9	6	3	0	6	1	1	26
75. – 79.	Erik Novák	4. A	ZKro4KE	0	6	7	1	2	2	0	7	25
	Samuel Peter Kovár	5. B	ZKomeMD	0	9	7	1	1	5	2	1	25
	Zuzana Krajňákova	5. A	ZKro4KE	0	8	7	8	0	2	-	0	25
	Anton Breicha	5. B	ZTomKe	0	3	7	5	2	1	6	2	25
	Tamara Majdáková	5. A	ZKomeSB	0	9	7	7	2	-	-	-	25
80. – 82.	Šimon Šoltés	1.OA	GTr12KE	0	9	7	8	-	-	-	0	24
	Jakub Vojčík	prima B	GAlejKE	0	4	7	3	1	4	5	0	24
	Klára Hricová	5. A	ZKro4KE	0	4	7	7	2	2	-	2	24
83. – 87.	Dominik Valkovský	Prima A	GAlejKE	0	9	-	7	7	-	-	0	23
	Filip Franko	5. C	ZTomKe	0	7	1	3	2	2	7	2	23
	Jakub Barkáč	5. A	ZKro4KE	0	8	5	6	1	2	-	1	23
	Blažej Fabián	5. A	ZHlavKZ	0	2	1	3	3	8	5	2	23
	Michal Stupar	prima B	GAlejKE	0	7	6	1	2	3	4	0	23
88.	Samo Albrecht	5. A	ZKro4KE	0	5	7	-	2	8	-	-	22
89. – 93.	Sara Gaľová	5. A	ZKomeSB	0	8	5	2	2	1	2	2	21
	Alexandra Bartová	5.	ZFranTC	0	5	7	4	0	3	1	1	21
	Daniel Vaško	5. B	ZTomKe	0	4	1	8	1	3	4	1	21
	Filip Jurčo	6. A	ZKomeMD	0	4	4	1	4	6	2	0	21
	Matej Bačo	6. B	ZKro4KE	0	0	7	7	2	-	5	0	21
94. – 95.	Martin Berká	5. B	ZKro4KE	0	9	-	3	8	-	-	-	20
	Zuzana Lukáčová	5. C	ZŠmerPO	0	4	2	4	2	6	2	2	20
96. – 98.	Michaela Bojčuková	5. A	ZKomeSB	0	6	5	1	0	4	2	1	19
	Simona Horváthová	5. A	ZKro4KE	0	8	5	1	2	2	-	1	19
	Juraj Moudry	Prima A	GAlejKE	0	4	1	7	2	1	4	0	19
99.	Júlia Pástorová	5. A	ZTomKe	0	5	7	3	0	3	0	0	18
100. – 103.	Juraj Roman	prima B	GAlejKE	0	6	-	8	2	1	0	0	17
	Jakub Vertaľ	5. B	ZKro4KE	0	6	2	3	1	2	2	2	17
	Anthony Martin	5. B	ZKro4KE	0	9	7	1	-	-	-	-	17
	Veronika Belišová	5. A	ZKomeSB	0	7	1	4	2	2	0	1	17
104. – 107.	Jakub Fiala	6. A	ZKomeMD	0	9	2	2	2	1	0	0	16
	Tomáš Fech	5. C	ZŠmerPO	0	2	4	2	2	4	2	2	16
	Xénia Hantáková	5. B	ZZdenSN	0	9	1	3	0	3	-	0	16
	Igor Čurila	5. C	ZTomKe	0	1	4	6	1	2	2	1	16
108.	Klára Breceljová	5. C	ZŠmerPO	0	2	7	0	1	1	2	1	14
109. – 116.	Adam Maximilian Feňo	5. A	ZKro4KE	0	4	-	7	2	-	-	-	13
	Igor Kuruc	5.	ZJeleNH	0	-	7	3	-	3	0	-	13
	Sabina Hauerová	5. A	ZKomeSB	0	3	5	1	2	1	1	1	13
	Peter Olexa	5. A	ZTomKe	0	7	1	3	0	2	0	0	13
	Rafael Kalafa	Prima B	GAlejKE	0	7	0	3	2	1	0	0	13
	Diana Sokolová	6.A	ZŠmerPO	0	4	2	3	2	2	0	0	13
	Dominik Borbuliak	6. A	ZŠmerPO	0	9	3	-	0	-	1	0	13
	Tomáš Štucka	6. A	ZKomeSB	0	7	0	3	0	3	0	0	13
117. – 125.	Janka Timková	5. C	ZŠmerPO	0	6	1	1	2	1	0	1	12
	Jaroslav Šillák	5. A	ZOravJa	0	5	1	1	2	2	1	1	12
	Damián Banačkai	5. A	ZKro4KE	0	6	6	-	-	-	-	-	12
	Martin Čorovčák	Prima B	GAlejKE	0	3	7	1	0	1	0	0	12
	Adam Szamosi	Prima A	GAlejKE	0	4	7	1	0	0	0	0	12
	Hugo Heredoš	5. A	ZKomeSB	0	8	-	3	0	0	1	0	12
	Kristína Mosejová	5.A	ZZeliKE	0	1	1	3	1	1	5	1	12
	Diana Osinčáková	5. A	ZBracov	0	3	4	1	0	2	1	1	12
	Rebeka Rešteiová	Prima A	GAlejKE	0	2	7	1	0	2	0	0	12
126. – 130.	Patrik Štefanko	Prima A	GAlejKE	0	4	2	3	0	2	0	0	11
	Matej Bálint	Prima B	GAlejKE	0	4	5	-	2	-	0	0	11
	Simona Raticová	5. A	ZKomeSB	0	6	1	3	0	0	1	0	11
	Janka Vavreková	5. A	ZKomeSB	0	4	3	1	0	3	0	0	11
	Daniela Rabatínová	5. A	ZBe16KE	0	4	0	2	2	1	1	1	11

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
131. – 132.	Erika Žofčáková	5. A	ZBracov	0	3	4	-	0	2	1	0	10
	Peter Fenár	prima B	GAlejKE	0	4	1	3	0	2	0	0	10
133. – 134.	Samuel Franko	5. A	ZKomeSB	0	9	-	-	-	-	-	-	9
	Daniel Sasarák	Prima A	GAlejKE	0	7	0	1	0	1	0	0	9
135. – 136.	Katarína Kupčíková	prima A	GAlejKE	0	3	0	3	1	1	0	0	8
	Alica Olexová	5. A	ZTomKe	0	1	1	3	0	1	1	1	8
137. – 142.	Alžbeta Daňková	6. B	ZKurima	0	3	1	1	0	1	1	0	7
	Andrea Bartošová	6. B	ZKurima	0	3	1	1	0	1	1	0	7
	Dominik Vyrostek	5. A	ZKomeSB	0	5	1	1	0	-	-	-	7
	Tomáš Pavlík	5. A	ZBe16KE	0	1	5	1	-	-	-	-	7
	Martin Murcko	6.B	ZKurima	0	3	1	1	0	1	1	0	7
	Veronika Sabolová	5. C	ZŠmerPO	0	4	2	1	0	-	-	-	7
143. – 147.	Laura Boháčiková	5. A	ZFranTC	0	5	-	1	0	-	-	-	6
	Simona Smolková	4. A	ZKomeSB	0	2	1	1	-	-	-	2	6
	Tibor Krátky	5. A	ZBe16KE	0	3	2	-	-	1	-	-	6
	Barbora Miľovčíková	1.OA	GTr12KE	0	5	1	-	-	-	-	0	6
	Dušan Onody	5. A	ZKomeSB	0	2	1	1	0	2	-	0	6
148. – 150.	Patrícia Droždžová	5. A	ZBracov	0	3	0	1	0	0	0	0	4
	Lucia Sabolová	6. A	ZŠmerPO	0	4	-	-	-	-	-	0	4
	Marcel Doliňák	5. A	ZBe16KE	0	1	0	1	0	2	0	0	4
151.	Martin Müller	Prima A	GAlejKE	0	0	0	1	0	1	0	0	2
152.	Michal Jarčuška	Prima	GTr12KE	0	-	-	-	-	-	-	0	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- APVV LPP–0057–09 *Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží*

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • november • Zimná časť 22. ročníka (2012/2013)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Zdruľenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`