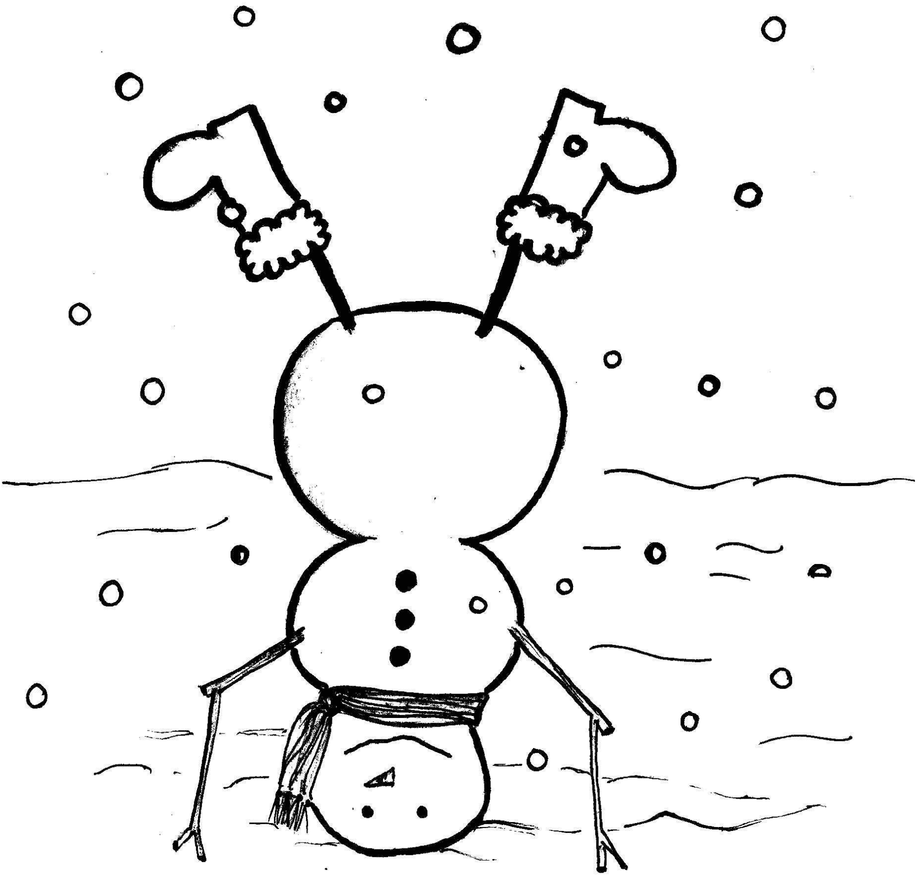
MALYNÁR

Číslo 2 • december 2012 **Zimná časť 22. ročníka**



http://malynar.strom.sk

Čaute Malynárčatá!

Je tu zima, je tu mráz,
prázdninový nastal čas.
Na kopci vás čaká Yeti,
hrať sa s vami bude deti.
Berte sánky aj klzáky,
vyšmýkajte kopec dáky.

Veľký, biely, snežný muž,
poradie on pozná už.
Pozri sa na zadné strany, kde sa nachádzaš,
začni baliť kufor, sústredko čaká nás!

Vaši Opravovatelia

Vzorové riešenia úloh 2. série Zimnej časti

Úloha č. 1:
opravovali Tomáš Daneshjo & Petra Plšková

Norbert Micheľ, Samuel Banas a Soňa Špakovská

Zadanie: Všadebol, Guľover, Sindigúd, Bohuš a Jakub najprv hrali s príšerami Chimérou, Gertrúdou a Xéniou piškvorky. V každom kole museli nastúpiť traja z mužov, každý proti niektorej z príšer. Kolo sa skončilo, až keď každá z dvojíc skončila hru. V ktorom kole proti sebe určite musela nastúpiť aspoň jedna dvojica, ktorá už spolu hrala? Potom hrali stolný futbal. V každom zápase museli dvaja z mužov hrať proti dvom príšerám. V koľkom zápase už určite musela hrať štvorica, ktorá už spolu hrala?

Riešenie:

1. časť úlohy

Keďže v každom kole musia nastúpiť traja muži a žiadni dvaja nesmú hrať v rovnakom kole proti rovnakej príšere, tak v každom kole musia nastúpiť aj tri príšery, čiže všetky. Každá príšera môže hrať s piatimi rôznymi mužmi (Všadebol, Guľover, Sindugúd, Bohuš a Jakub). To znamená, že každá príšera môže hrať najviac päť kôl tak, aby v každom kole hrala s iným mužom. Zoberme napríklad príšeru Chiméru a zostavme všetky dvojice, ktoré dokáže utvoriť s mužmi:

1. kolo: Chiméra a Všadebol
2. kolo: Chiméra a Guľover
3. kolo: Chiméra a Sindugúd
4. kolo: Chiméra a Bohuš
5. kolo: Chiméra a Jakub

Takto by to bolo s každou príšerou. V šiestom kole už bude určite musieť hrať s nejakým mužom, s ktorým hrala jedno z predchádzajúcich kôl, pretože na to, aby s ním nehrala, by tam musel byť ešte nejaký šiesty muž.

V šiestom kole piškvoriek by proti sebe musela nastúpiť dvojica, ktorá proti sebe už nastúpila.

2. časť úlohy

Pri stolnom futbale je to už zložitejšie. Najprv musíme zistiť, koľko dvojíc môžu vytvoriť muži a koľko príšery. Budeme postupovať tak, že ku každému mužovi priradíme jedného zo zvyšných mužov. Každý muž môže vytvoriť štyri rôzne dvojice. Máme päť mužov, čiže máme $5 \cdot 4 = 20$ dvojíc. Netreba však zabúdať na to, že napríklad dvojica *Všadebol a Guľover* a dvojica *Guľover a Všadebol* je tá istá dvojica. To znamená, že pri našom spôsobe priradzovania sme každú dvojicu vytvorili dvakrát. Spolu teda máme týchto desať dvojíc:

Všadebol a Guľover	Všadebol a Sindugúd
Všadebol a Bohuš	Všadebol a Jakub
Guľover a Sindugúd	Guľover a Bohuš
Guľover a Jakub	Sindugúd a Bohuš
Sindugúd a Jakub	Bohuš a Jakub

Príšery mohli utvoriť tieto tri dvojice:

Chiméra a Gertrúda	Chiméra a Xénia	Gertrúda a Xénia

Každá dvojica príšer mohla hrať s desiatimi dvojicami mužov. Čiže každá dvojica príšer mohla hrať desať hier tak, aby hrali vždy s rôznou dvojicou. Pri jedenástej hre by už musela hrať s dvojicou mužov, s ktorou už hrala predtým. Najprv odohrá prvá dvojica príšer svojich 10 zápasov s rôznymi dvojicami mužov. Potom to isté spraví druhá dvojica príšer a nakoniec aj tretia dvojica príšer. Týmto sa odohralo 30 zápasov a v každom zápase hrali proti sebe dvojice, ktoré v predchádzajúcich zápasoch nehrali proti sebe.

V tridsiatom prvom kole stolného futbalu by proti sebe musela nastúpiť štvorica, ktorá proti sebe už nastúpila.

Komentár: Mnoho riešiteľov nepochopilo zadanie úlohy, aj keď je pomerné jednoznačné. V prvej časti často rátali s tým, že hrajú dve trojice proti sebe, a nie tri duely. Ďalšia z častých chýb bola, že tí, čo sa rozhodli mechanicky vypisovať všetky možnosti, spravili niekde chybu. Stretli sme sa aj s pomerne podobnými riešeniami, pri ktorých bolo pravdepodobné, že ich riešitelia navzájom od seba opísali. Nabudúce riešte úlohy sami.

Úloha č. 2:

opravovali Lucka Magurová & Anton Grómoczki

Erik Novák

Zadanie: Na ostrove žije 100 ľudí. Žijú tu Rytieri a Farmári. Rytieri musia vždy hovoriť pravdu a Farmári nesmú odpovedať pravdivo na otázky cudzincov. Každý človek na ostrove má iba jedno obľúbené ročné obdobie. Raz sem prišiel cudzinec a každého človeka na ostrove sa spýtal:

Máš rád jar?

Máš rád leto?

Máš rád jeseň?

Máš rád zimu?

Na prvú a druhú otázku spolu odpovedalo kladne 50 obyvateľov, na tretiu 45 a na štvrtú 55. Na každú otázku odpovedal každý opýtaný práve raz. Koľko je na ostrove Rytierov?

Riešenie: Pozrime sa, ako by cudzincovi odpovedali na jeho otázku Rytieri a ako Farmári. Zo zadania vieme, že každý obyvateľ ostrova má rád iba jedno ročné obdobie.

Správanie Rytierov je pre nás dosť jednoduché. Rytier odpovie pravdivo na všetky otázky, čo pre nás znamená, že z jedného rytiera dostaneme jednu kladnú odpoveď.

Aj Farmár má rád iba jedno ročné obdobie, avšak ten nesmie povedať pravdu cudzincovi, teda ak sa ho budeme pýtať na ročné obdobie, ktoré má rád (a to je len jedno), odpovie nám NIE. Ak sa ho budeme pýtať na tri ostatné ročné obdobia, ktoré nemá rád, dostaneme odpovede ÁNO na všetky tri otázky. Teda jeden Farmár pre nás znamená trikrát kladná odpoveď.

Dosť by nám pomohlo, ak by sme zistili, koľko kladných odpovedí sme vlastne dostali. Za prvú a druhú otázku máme 50 kladných odpovedí, za tretiu 45 kladných odpovedí a za štvrtú 55 kladných odpovedí. Spolu to je $50 + 45 + 55 = 150$ kladných odpovedí spolu za všetky štyri otázky.

Ako by vyzeral ostrov, ak by na ňom bolo 100 Rytierov? Mali by sme 100 kladných odpovedí. Zaujíma nás, čo by sa stalo, ak by sme vymenili jedného Rytiera za jedného Farmára, inými slovami, ak by sme vymenili 1 kladnú odpoveď za 3 kladné odpovede. Počet kladných odpovedí na celom ostrove by sa zvýšil o $3 - 1 = 2$. Teda zo 100 kladných odpovedí sa dostávame na 102. Výmena Farmára pre nás znamená zvýšenie počtu kladných odpovedí o dve. Rozdiel v kladných odpovediach medzi ostrovom so 100 Rytiermi a ostrovom v našej úlohe je $150 - 100 = 50$ kladných odpovedí viac v náš prospech. Jeden Farmár pre nás znamená dve kladné odpovede navyše a my ich máme 50. Hovorí nám to to, že Farmárov je na ostrove $50 : 2 = 25$, a máme výsledok.

Na ostrove je teda 75 Rytierov a 25 Farmárov.

Komentár: K správnemu výsledku dospela väčšina z vás a páčilo sa nám veľa rôznych spôsobov, akými ste k výsledku dospeli. Medzi najčastejšie chyby patrilo zlé prečítanie zadania a rovnako sme strhávali body aj za riešenia typu „skúsil som tri čísla a tretie mi vyšlo“, čo aj napriek správnemu výsledku nie je správny postup. Všetkých 9 bodových chválime a veríme, že tí, čo nedosiahli plný počet bodov, si nabudúce dajú väčší pozor.

Úloha č. 3:

opravovali Florián Hatala & Lucia Leličová

Matej Hanus

Zadanie: Lord Nóbl predával kozmetické prípravky v troch verziách:

- Kozmetická taštička, ktorá obsahuje 1 mydlo a 2 pleťové vody
- Darčekový kôš, v ktorom sú 4 mydlá a 3 pleťové vody
- Rodinné balenie, kde je 8 mydiel a 7 pleťových vôd

Keďže taštičky ani koše si nikto nekupoval, Nóbl už teraz predával len rodinné balenia. Najmenej koľko taštičiek a košov musí rozbaliť, ak chce z ich obsahu poskladať niekoľko rodinných balení tak, že sa nezvýši žiadne mydlo ani pleťová voda z rozbalených balíčkov?

Riešenie: V rodinnom balení je 8 mydiel a 7 pleťových vôd, preto počet mydiel, ktoré sa majú rozbaliť z darčekových košov a kozmetických taštičiek, má byť násobkom 8, a počet pleťových vôd má byť násobkom 7.

Jedna kozmetická taštička obsahuje nepárny počet mydiel a jeden darčekový kôš obsahuje párny počet mydiel. Keďže rodinné balenie obsahuje párny počet mydiel, musíme rozbaliť párny počet kozmetických taštičiek (najmenej dve). Navyše taštičky musíme rozbaľovať po štvoriciach, aby sme zachovali deliteľnosť číslom 8 pri mydlách. V rodinných baleniach je viac mydiel ako pleťových vôd, preto ak rozbalíme po rovnaký počet košov a taštičiek, budeme mať rovnaký počet mydiel aj vôd. A keďže my potrebujeme mať viac mydiel, musíme rozbaliť viac košov.

Všetko si to zapíšeme do prehľadnej tabuľky.

Taštičky	Koše	Mydla	Pleťové vody	Rodinné balenia
4	1	8	11	1 balenia plus 4 PV
4	3	16	17	2 balenia plus 3 PV
4	5	24	23	3 balenia plus 2 PV
4	7	32	29	4 balenia plus 1 PV
4	9	40	35	5 rodinných balení
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Ak rozbalíme 4 taštičky, musíme rozbaliť nepárny počet košov, aby sme mali zaručené, že počet mydiel bude násobok 8. Ak rozbalíme 8 taštičiek, musíme rozbaliť párny počet košov, aby sme mali zaručené, že počet mydiel bude násobok 8.

Taštičky	Koše	Mydla	Pleťové vody	Rodinné balenia
8	2	16	22	2 balenia plus 8 PV
8	4	24	28	3 balenia plus 7 PV
8	6	32	34	4 balenia plus 6 PV
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Ako z tabuľky vidno prvým riešením je, že rozbalíme 4 kozmetické taštičky a 9 darčekových košov. Vytvoríme z nich 5 rodinných balení. Ďalšie riešenia vzniknú len znásobením tohto riešenia. Teda ďalším riešením je rozbaliť 8 kozmetických taštičiek a 18 darčekových košov a vytvoriť 10 rodinných balení.

Lord Nóbl musí rozbaliť najmenej 9 darčekových košov a 4 kozmetické taštičky, z ktorých poskladá 5 rodinných balení.

Komentár: Väčšina z vás sa dopracovala k správnemu výsledku, nie všetci nám však prezradili ako :(. Častou chybou bolo, že ste použili postup, ktorý by vám pri iných číslach neplatil, alebo ste nám ho dostatočne nepopísali. Našli sa aj takí, čo to riešili pomocou rovníc, no veľa z vás si urobilo tabuľku, v ktorej potom hľadali správne riešenie. Pri správnom riešení sme rozbalili dokopy 13 vecí, (9 košov a 4 taštičky) tu treba spozornieť, pretože na to, aby ste vylúčili všetky možnosti, pri ktorých rozbalíme menej ako 13 vecí, musíte vašu tabuľku urobiť pre 1 až 12 košov a 1 až 12 taštičiek (pokiaľ ste nevysvetlili, prečo tieto možnosti nemôžu nastať). S úlohou ste sa popasovali pekne, ale treba byť dôslednejší.

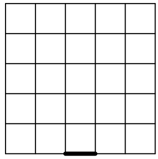
Úloha č. 4:

opravoval Peter Milošovič

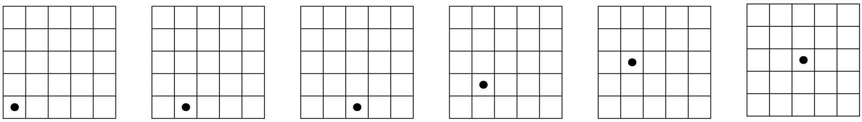
Jakub Patrik

Zadanie: V paláci sú iba miestností s rozmermi podlahy 5×5 metrov. Podlaha každej miestnosti je celá pokrytá niekoľkými bielymi krytinami a jednou zelenou položeninou. Krytiny ani položenina sa navzájom neprekrývajú a ani kúsok podlahy nie je nepokrytý. Položenina je štvorcová kachlička s rozmermi 1×1 meter. Krytina je zložená z troch položenín. Do každej miestnosti vedú práve jedny dvere, ktoré sú umiestnené v strede niektorej zo stien. Pri stavaní paláca sa riadili pravidlom, že nová miestnosť môže byť postavená iba ak sa dá celá okachličkovať tak, že od dverí vidno zelenú položeninu na inom mieste ako v doteraz postavených miestnostiach. Ak by chceli teraz postaviť ďalšiu miestnosť, pravidlo by museli porušiť. Koľko miestností je v paláci? (Pomôcka: štvorcové miestnosti typu 2×2 metre by boli v takomto paláci štyri)

Riešenie:

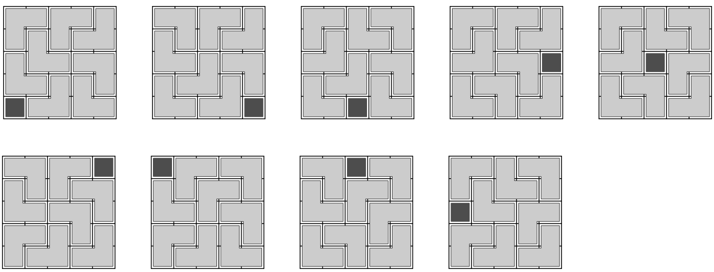


Nakreslíme si pôdorys miestnosti s ešte nepokrytou podlahou a umiestnime dvere na jednu zo stien. Ak vojdeme do miestnosti, je 25 rôznych možností, kam môže byť uložená zelená položenina. Musíme už len zistiť, pre ktoré z týchto možností sa dajú k položenine doplniť krytiny tak, ako to vyžaduje úloha. Ak to budeme vedieť pre políčko v jednom z rohov, budeme to vedieť pre všetky rohy (postačí nám pootočiť pokrytie o 90° napríklad v smere hodinových ručičiek). Ak podobné úvahy použijeme aj na zvyšné políčka, zistíme, že v skutočnosti nám stačí rozobrať tieto:

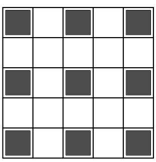


4 možnosti   8 možnosti   4 možnosti   4 možnosti   4 možnosti   1 možnosť

V prípade s 8 možnosťami, okrem pootočenia, môžeme pokrytie zrkadlovo zobraziť. Takto sme dostali 9 možných miestností, pre ktoré je pokrytie možné (stred okraja a roh miestnosti nám riešia spolu 8 miestností a deviata má položeninu v strede).



Pre ostatné políčka sa môžeme snažiť zdĺhavým rozoberaním ukázať, že to nepôjde, no existuje aj jednoduchšia cesta.



Zaznačme čiernou farbou vyhovujúce možnosti pre položeninu spolu do jedného obrázka. Zvyšné nechajme biele. Ak hocikam na takto označenú podlahu umiestnime našu krytinu, zakryje najviac jedno z čiernych políčok. Aby sme zakryli celú miestnosť, musíme použiť 8 krytín. Prečo? Všetkých políčok je 25, položenina jedno zakryje a tak nám ostáva už len 24 políčok. Každá z krytín zakryje 3 políčka a teda ich bude presne $24 : 3 = 8$. Čiernych políčok je však 9. Takže ak položíme položeninu na iné ako čierne políčko (pričom vieme, že každá z ôsmich krytín vie zakryť maximálne tak jedno z deviatich čiernych políčok), nepodarí sa nám pokryť celú podlahu. Preto je v paláci iba nami už objavených 9 miestností.

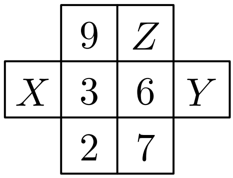
Komentár: Zadania treba čítať poriadne a ak niekedy nemáte potuchy, čo od vás úloha chce ani po šiestom prečítaní, pokojne sa obráťte na nás. My radi upresníme nejasnosti a vy nebudete musieť strácať body len preto, že ste riešili trochu inú úlohu. Z tohto riešenia by ste sa aj mohli poučiť, že niekedy nie je nutné rozoberať všetky možnosti a stačí sa na úlohu pozrieť trochu inak. Môže to ušetriť čas, hroty ceruziek aj papier.

Úloha č. 5:

opravovali Roman Staňo & Róbert Hajduk

František Gábor, Matej Hanus, Tomáš Feciskanin

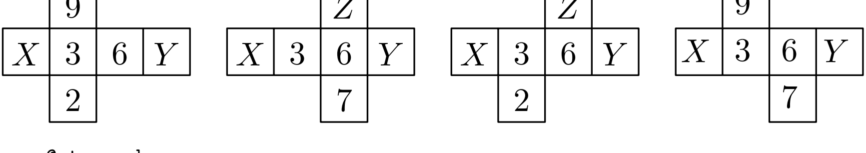
Zadanie:



Na papieri je narysovaný takýto útvar zložený zo štvorcov. Každý štvorec má priradené číslo, no tri Z nich, X, Y a Z nepoznáme. Z tohto útvaru je potrebné vystrihnúť plánik kocky, kde je súčin čísel na protiľahlých stenách rovnaký a súčet čísel na žiadnych troch stenách nie je väčší ako 30. Ktoré štvorce musíme odstrihnúť a akými číslami nahradiť písmena X, Y a Z (pokiaľ ich pri výrobe kocky neodstrihneme), aby sa dala poskladať táto špeciálna kocka? Koľko rôznych kociek so spomenutými vlastnosťami vôbec vieme Z tohto útvaru vystrihnúť?

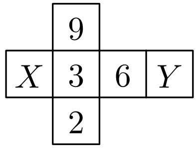
Riešenie: Najprv sa pozrime na to, aký tvar bude mať sieť kocky, ktorú môžeme z plániku vystrihnúť. Do úvahy pripadajú len 2 tvary siete:

Vezmime jednu zo sietí a priložme ju na náš plánik. Štvorčeky plánika, ktoré na plániku prečnievajú, t.j. plánik ich nezakrýva, odstrihneme. Dostaneme tak sieť kocky už aj s číslami. Keďže obe siete, ktoré na plánik postupne priložíme, môžeme otočiť, z nášho plániku môžeme dostať 4 rôzne siete kocky. Odstrihli sme postupne dvojice štvorčekov Z a 7, 9 a 2, 9 a 7, Z a 2 a dostali siete:



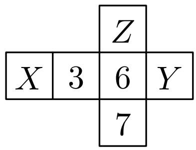
Rozoberme teraz prípad po prípade, aké čísla môžeme dosadiť miesto X, Y, Z v každej zo sietí.

1. sieť



S trochou priestorovej predstavivosti zistíme, že oproti sebe ležia dvojice čísel 9 a 2, ďalej X a 6 a nakoniec Y a 3. Vieme, že súčin na protiľahlých stenách kocky je rovnaký a keďže $9 \cdot 2 = 18$, tak aj $X \cdot 6 = Y \cdot 3 = 18$. Hľadáme, ktoré číslo X dáva po násobení s číslom 6 súčin 18. Namiesto X dostávame číslo 3. Rovnako sa pýtame aj, aké číslo Y dáva po vynásobení s číslom 3 súčin 18. Ako Y dostávame číslo 6. Ostáva už len overiť, či súčet čísel na ľubovoľných 3 stenách je menší ako 30. V tomto prípade nám stačí vyskúšať túto podmienku pre 3 najväčšie čísla v štvorčekoch, pretože hociktoré 3 iné čísla dajú súčet len menší, než 3 najväčšie čísla. Vidíme, že najväčšie čísla sú v našom prípade čísla 9, 6 a 6. Súčet $6 + 6 + 9 = 21$, čo je menej ako 30. Našli sme takto prvé riešenie: Odstrihneme štvorčeky Z a 7, za X doplníme 3 a za Y doplníme 6.

2. sieť



Oproti sebe ležia dvojice čísel: X a 6, Y a 3 a Z a 7. Najprv musíme určiť, aký bude súčin na dvoch protiľahlých stenách. Vieme, že číslo X násobené 6 nám musí dať číslo, ktoré vznikne aj násobením 3 a nejakého čísla Y a zároveň aj násobením čísla Z a 7. Toto číslo môžeme nájsť napríklad tak, že si za Z budeme postupne dosadzovať čísla 0, 1, 2, ... a dopočítame X a Y.

Z	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 7 \cdot Z$	X	Y
0	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 0$	0	0
1	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 7$	nemá riešenie	nemá riešenie
2	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 14$	nemá riešenie	nemá riešenie
3	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 21$	nemá riešenie	7
4	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 28$	nemá riešenie	nemá riešenie
5	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 35$	nemá riešenie	nemá riešenie
6	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 42$	7	12
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

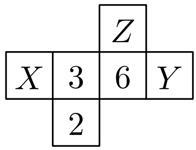
Prvý možný súčin, ktorý nám udrie do očí, je 0. Vieme, že hocijaké číslo násobené 0 sa rovná 0, teda ak za X, Y aj Z dosadíme 0, súčin na všetkých protiľahlých stenách bude rovnaký. Ostáva overiť už len to, či je súčet hociktorých troch strán menší ako 30. Opäť použijeme postup ako pri prvej sieti, t.j. zoberieme 3 najväčšie čísla, a to sú: 3, 6 a 7. Vieme, že $3 + 6 + 7 = 17$, čo je menej ako 30. Našli sme teda ďalšie riešenie: Odstrihneme čísla 9, 2 a za čísla X, Y a Z doplníme 0.

Vráťme sa naspäť k tabuľke a hľadajme ďalší súčin, pre ktorý existuje celé číslo

X, Y a Z. Je to číslo 42 a $X = 6$, $Y = 14$ a $Z = 7$. Vyberme tri najväčšie čísla z tejto siete a sčítame ich: $14 + 7 + 7 = 28$, čo je menej ako 30. To je ďalšie riešenie: Odstrihneme 9 a 2, namiesto X doplníme 7, namiesto Y doplníme 14 a namiesto Z doplníme 6.

Keby sme pokračovali v dopĺňaní tabuľky ďalej, ďalším súčinom, pre ktorý existuje celé číslo X, Y a Z, bude 84, čo je dvojnásobkom posledného riešenia. Čísla X, Y a Z by museli byť dvakrát väčšie, a teda aj súčet troch najväčších čísel by bol dvojnásobný. A tak by pre toto riešenie ani pre ďalšie riešenia nebola splnená podmienka pre súčet troch najväčších čísel. Pre druhú sieť teda už určite máme všetky riešenia.

3. sieť



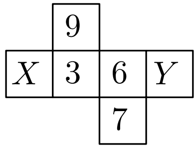
Oproti sebe ležia dvojice čísel X a 6, Y a 3, Z a 2. Opäť musíme najprv zistiť, aký môže byť súčin na protiľahlých stenách. Tento súčin musí byť nejaký spoločný násobok čísel 2, 3 a 6. Zoberme 0, najmenší násobok šestky. Ak má byť $6 \cdot X = 0$ a zároveň $3 \cdot Y = 0$ a zároveň $2 \cdot Z = 0$, musí byť každé z čísel X, Y aj Z rovné 0. Overíme ešte, či toto riešenie spĺňa podmienku o súčte troch najväčších čísel: $6 + 3 + 2 = 11$, čo je menej ako 30, čiže máme ďalšie riešenie.

Vráťme sa opäť k hľadaniu možného súčinu a zoberme si ďalší násobok šestky 6. Rovnakým spôsobom riešime aj pre všetky ďalšie násobky, až pokým nenájdeme násobok, ktorý už nespĺňa podmienku, že súčet troch najväčších čísel je väčší ako 30. Potom aj každý väčší násobok 6 už nebude spĺňať túto podmienku. Pri tejto sieti nachádzame 5 rôznych riešení zapísaných v tabuľke. Ďalšie riešenia už nespĺňajú podmienku pre súčet troch najväčších čísel.

X	$6 \cdot X = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	Y	Z	Súčet troch najväčších čísel
0	$0 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	0	0	$2 + 3 + 6 = 12$
1	$6 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	2	3	$2 + 3 + 6 = 12$
2	$12 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	4	6	$4 + 6 + 6 = 16$
3	$18 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	6	9	$6 + 6 + 6 = 21$
4	$24 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	8	12	$6 + 8 + 12 = 26$
5	$30 = 3 \cdot Y = 2 \cdot Z$	10	15	$6 + 10 + 15 = 31$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

V každom z riešení odstrihneme čísla 9 a 7 a za X, Y, Z doplníme príslušné čísla.

4. sieť



Oproti sebe ležia dvojice čísel 9 a 7, X a 6 a Y a 3. Na protiľahlých stenách preto musí byť súčin $9 \cdot 7 = 63$. Musíme teda zistiť, aké číslo X dáva po násobení 6 súčin 63, a aké číslo Y dáva po násobení 3 takisto súčin 63. Ak si začneme vypisovať násobky 6, uvidíme, že medzi nimi je číslo 60 aj 66, ale číslo 63 tam nie je. To znamená, že neexistuje také číslo X, ktoré po násobení 6 dá súčin 63. Pre túto sieť preto neexistuje žiadne riešenie.

Spolu sme teda našli 8 riešení.

Komentár: Len dvaja z vás sa zamýšľali nad riešeniami, kde X, Y alebo/a Z sú nulové. Keďže zadanie nehovorilo, či je nula prípustna, alebo nie, tak sme za správne riešenie považovali aj ak ste našli len 6 riešení. Niektorí z vás si tiež všimli, že po poskladaní dvoch rôznych sietí dostaneme tú istú kocku. Ak vám to ale v riešení chýbalo, body sme Vám za toto určite nestiahli :). Častou chybou, ktorá sa vyskytla vo vašich riešeniach bolo to, že ste našli len dve zo štyroch možných sietí, čo pre vás znamenalo nájdenie len niektorých riešení. Nejaký ten bodík stálo niekoľkých z vás aj nedostatočné zdôvodnenie vášho postupu pri riešení úloh.

Úloha č. 6:

opravovali Ján Dudič & Terka Volavková

Nina Mizeráková, Michal Masrna, Simona Sabovčíková

Zadanie: Lord mal v rukách kocku a 2 presýpacie hodiny, červené a žlté. Červené sa presypú za 7 minút a žlté za 4 minúty. Lord potrebuje na 9 minút položiť kocku do cesty slnečnému lúču. Ak tam bude kocka kratšie alebo dlhšie, rozsype sa na prach. Ako pomocou červených a žltých presýpacích hodín odmeria presne 9 minút?

Riešenie: Je očividné, že Nóbl nevie týmito hodinami odmerať 9 minút len sčítavaním času ich presypania, ale musí nechať niekedy obe hodiny presypávať naraz, prípadne počítať aj so zvyšným časom. Ukážeme si jedno z riešení, ako pomocou dvoch typov presýpacích hodín (4 a 7 minútových) odmerať presne 9 minút. Nie je to jediné správne riešenie, ale Lordovi postačí nájsť jeden spôsob.

Dôležitým krokom tohto riešenia je rozpísať si 9 (minút) pomocou niekoľkých 4 (minút) a niekoľkých 7 (minút) a operácii sčítania a odčítania.

$$9 = 5 + 4 = 1 + 4 + 4$$

Vďaka žltým hodinám vieme odmerať jednoducho 4 minúty. Ale ako odmeriame jednu minútu? Pomocou čísel 4 a 7 zapíšeme číslo 1 ako

$$1 = 4 - 7 + 4.$$

Teda 9 minút s využitím cifier 4 a 7 rozpíšeme takto

$$9 = 4 - 7 + 4 + 4 + 4.$$

Uvedené poradie cifier aj s operáciou pred cifrou sa dá samozrejme zmeniť, ale je takto zapísané kvôli postupnosti v návode pre Lorda. Teraz si tento matematický zápis 9 minút prenesieme do bežnej reči - návodu pre Lorda:

1. Nóbl nechá naraz presypávať obidve hodiny a počká, kým sa žlté presypú (prejdu 4 minúty). Do úplného presypania červeným hodinám ostávajú ešte 3 minúty (lebo $7 - 4 = 3$)

2. Presne keď sa žlté hodiny presypú, musí ich Lord Nobl otočiť a nechať ich znovu presypávať.

3. V čase úplného presypania červených hodín (po 7 minútach od začiatku) Nóbl položí kocku do cesty slnečnému lúču. Od teraz už pracuje iba so žltými hodinami. Žltým hodinám ostáva ešte $4 - 3 = 1$ minúta do úplného presypania.

4. Keď sa presypú žlté hodiny (ubehne 1 minúta), znovu ich otočí a opäť počká do presypania hodín (ďalšie 4 minúty). Po presypaní teda bude kocka stáť už 5 minút v ceste slnečnému lúču.

5. Po presypaní ich znovu otočí a zase čaká do úplného presypania 4 minúty. Tentoraz po úplnom presypaní ubehlo práve 9 minút.

6.Nóbl zoberie kocku (alebo teraz už skôr kvetinu) z cesty slnečnému lúču.

Komentár: Teší nás, že tak veľa riešiteľov správne vyriešilo túto úlohu a tiež, že veľká časť z vás si dala záležať, aby jasne vysvetlila svoj postup, a tak je za túto úlohu veľa deviatok. Riešenia, ktoré ste nám poslali, boli naozaj rozmanité, spolu ste nám v nich popísali viac než desať rôznych návodov, ako úlohu riešiť. Mnohým z vás veľmi pomohol k lepším bodom vhodný obrázok, ktorý doplnil vaše riešenie. Niektorí to však vzali z opačného konca a vhodný obrázok zabudli popísať, čo ich stálo body. Bohužiaľ sa medzi vami našli aj takí, ktorý si zle vysvetlili zadanie a mysleli si, že čas je z hodín možno odhadnúť voľným okom. Takéto riešenia boli odmeňované stratou bodov. Na záver vám opäť pripomíname, aby ste každé svoje riešenie označili menom a tiež, aby ste úlohy riešili samostatne, nie so súrodencami či spolužiakmi.

Poradie riešiteľov po 2. sérii

Poradie	Meno	Trieda	Škola	Poč.	1	2	3	4	5	6	Pr.	Súčet
1.	Anna Kleinová	4. A	ZŠtefPN	53	9	9	9	9	9	9	9	107
2.	Norbert Micheľ	5. A	ZKro4KE	54	9	9	9	3	8	9	8	106
3.	Radován Laščák	6. B	ZKro4KE	50	9	9	9	9	9	9	0	104
4.	Matej Hanus	6. A	ZKro4KE	50	9	9	9	9	9	8	0	103
5.	Simona Sabovčíková	5. B	ZKro4KE	49	9	9	9	9	9	9	9	103
6.	Tomáš Feciskanin	5. C	ZJPavlKE	48	9	9	9	8	9	9	9	102
7.	František Gábor	6. A	ZKro4KE	50	9	6	9	7	9	9	0	99
8.	Adam Garafa	4. A	ZKro4KE	46	9	9	5	8	9	9	9	99
9.	Matúš Masrna	4. A	ZKro4KE	52	7	9	9	-	4	9	9	99
10.	Michal Masrna	6. B	ZKro4KE	51	9	6	9	9	4	9	0	97
11.	Michaela Rusnáková	5. A	ZBrusKE	43	9	9	9	7	9	9	9	97
12.	Samuel Banas	5. A	ZBrezPN	44	9	9	7	8	9	9	8	96
13.	Jakub Mičko	4. B	ZKro4KE	51	5	9	5	7	6	9	9	96
14.	Gabriela Genčiová	5. B	ZKro4KE	54	8	5	9	5	1	9	5	95
15.	Jakub Patrik	6. A	ZKro4KE	51	5	6	7	9	8	9	0	95
16.	Róbert Sabovčík	6. A	ZKro4KE	46	7	9	7	8	9	9	0	95
17.	Peter Zimovčák	6. B	ZKro4KE	47	9	6	9	8	7	9	0	95
18.	Adam Čabrák	4. A	ZKro4KE	51	7	3	-	4	9	9	9	92
19.	Tomáš Chovančák	6. B	ZKro4KE	46	9	8	9	9	2	9	0	92
20.	Nina Mizeráková	5. C	ZŠmerPO	38	7	9	9	5	9	9	7	88
21.	Lujza Milotová	5. A	ZBrusKE	38	9	7	7	8	9	9	7	87
22.	Frederik Ténai	5. B	ZAngeKE	34	7	9	8	9	9	9	8	86
23.	Dárius Pacholský	6. A	ZKro4KE	46	9	1	9	9	4	7	0	85
24.	Alex Removčík	6. A	ZŠmerPO	45	9	6	6	7	3	9	0	85
25.	Ján Richnavský	5. B	ZKro4KE	49	5	-	4	8	7	8	4	85
26.	Michal Horanský	Prima C	ZTeplBA	45	9	0	5	9	7	9	0	84
27.	Soňa Špakovská	5. A	ZTomKe	30	9	9	9	7	9	9	9	84
28.	Jakub Kuľka	3. A	ZSDrienov	48	7	9	-	4	-	6	9	83
29.	Katarína Sčísláková	6. B	ZHvieLY	43	6	5	5	8	7	9	0	83
30.	Tomáš Prielomek	5. A	ZOravJa	40	8	7	6	6	3	9	6	82
31.	Daniela Cinkaničová	5. C	ZTomKe	29	9	9	9	3	8	9	8	81
32.	Martin Kuľka	6.	ZSDrienov	42	9	9	7	4	1	9	0	81
33.	Patrik Paľovčík	6. A	ZKro4KE	47	8	5	6	3	4	8	0	81
34.	Filip Pereš	5. A	ZKro4KE	47	9	-	7	-	9	9	0	81
35.	Veronika Danková	Prima B	GAlejKE	45	5	6	7	-	4	9	0	76
36.	Dominik Červený	6. B	ZKro4KE	36	6	8	5	4	7	9	0	75
37.	Diana Rudzanová	prima B	GAlejKE	40	9	0	9	8	3	6	0	75
38.	Šimon Šoltés	1. OA	GTr12KE	24	9	9	7	8	9	9	0	75
39.	Martin Albert Gbúr	6. A	ZKro4KE	42	6	3	7	5	-	9	0	72
40.	Sofia Kuliková	5. A	ZZeliKE	34	0	4	7	8	8	7	4	72
41.	Erik Novák	4. A	ZKro4KE	25	9	9	3	3	8	9	9	72
42.	René Čáky	Prima A	GAlejKE	28	5	9	6	8	6	9	0	71
43.	Martin Želinský	5. A	ZKro4KE	33	6	5	6	8	1	7	5	70
44.	Jakub Pravda	Prima C	ZSkaBA	36	9	3	3	5	4	9	0	69
45.	Klára Hricová	5. A	ZKro4KE	24	9	7	-	6	7	9	6	68
46.	Martin Kánássy	5. B	ZKro4KE	48	2	2	0	4	2	7	2	67
47.	Matej Tarča	6. B	ZKro4KE	35	6	-	4	8	4	9	0	66
48.	Michal Kavuľa	6. B	ZKro4KE	39	5	-	4	-	8	9	0	65
49.	Viktória Smolárová	4. A	ZOravJa	49	6	0	0	3	1	0	6	65
50.	Kristína Šedovičová	5. B	ZKro4KE	38	6	1	0	6	4	9	1	65
51.	Jakub Vojčík	prima B	GAlejKE	24	5	9	6	8	4	9	0	65
52.	Soňa Liptáková	6. B	ZKro4KE	42	5	-	5	7	4	0	0	63
53.	Benjamín Mravec	6. B	ZKro4KE	36	1	0	7	6	4	9	0	63
54.	Róbert Bažalik	5. A	ZZeliKE	27	7	5	5	4	3	7	4	59
55.	Tomáš Čorej	5. C	ZŠmerPO	26	3	1	6	6	6	9	3	59
56.	Tomáš Miščík	5. B	ZKro4KE	41	2	3	0	2	1	9	1	59

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
57.	Dávid Erdödy	5. A	ZTomKe	33	5	-	7	-	2	9	0	56
58.	Stanislav Jochman	Prima A	GAlejKE	38	0	2	1	3	3	9	0	56
59.	Janka Jankivová	6. A	ZŠmerPO	30	5	-	7	-	3	9	0	54
60.	Simona Vrbová	5. A	ZKro4KE	28	5	5	4	2	2	8	2	54
61.	Martin Bertko	Prima A	GAlejKE	27	4	0	2	5	6	8	0	52
62.	Martin Kozák	prima B	GAlejKE	26	4	5	1	3	4	9	0	52
63.	Filip Franko	5. C	ZTomKe	23	4	1	9	0	2	9	1	49
64.	Daniel Kalina	5. B	ZKro4KE	37	2	-	0	-	1	7	0	47
65.	Simona Jacková	4. B	ZKro4KE	46	-	-	-	-	-	-	0	46
66.	Oliver Čajka	5. B	ZKro4KE	45	-	-	-	-	-	-	0	45
67.	Filip Jurčo	6. A	ZKomeMD	21	5	7	3	-	1	7	0	44
68.	Samuel Peter Kovár	5. B	ZKomeMD	25	3	6	1	7	1	0	1	44
69.	Tomáš Fech	5. C	ZŠmerPO	16	0	2	4	4	6	9	2	43
70.	Bruno Radvánsky	prima B	GAlejKE	31	3	2	-	2	1	3	0	42
71.	Veronika Belániová	5.	ZJeleNH	28	3	-	1	5	1	2	1	41
72.	Simona Horváthová	5. A	ZKro4KE	19	0	3	3	2	7	5	2	41
73.	Terézia Kurucová	4. A	ZKomeSB	41	-	-	-	-	-	-	0	41
74.	Blažej Fabián	5. A	ZHlavKZ	23	6	9	0	-	2	-	0	40
75.	Anton Breicha	5. B	ZTomKe	25	0	0	3	3	2	4	0	37
76.	Hugo Hežel	Prima B	GAlejKE	34	-	-	-	-	-	-	0	34
77.	Janka Timková	5. C	ZŠmerPO	12	4	0	0	5	6	7	0	34
78.	Veronika Jaklovská	6. A	ZMalIda	33	-	-	-	-	-	-	0	33
79.	Klára Breceljová	5. C	ZŠmerPO	14	-	-	1	4	6	7	0	32
80.	Igor Kuruc	5.	ZJeleNH	22	1	1	3	-	4	0	0	31
81.	Juraj Moudry	Prima A	GAlejKE	19	-	-	-	-	3	8	0	30
82.	Richard Ciglanský	Prima A	GAlejKE	30	-	-	-	-	-	-	0	30
83.	Norbert Lukáč	6. A	ZKomeSB	29	-	-	-	-	-	-	0	29
84.	Marek Čižmár	5. B	ZTomKe	29	-	-	-	-	-	-	0	29
85.	Matej Polák	4. B	ZOravJa	28	-	-	-	-	-	-	0	28
86.	Rebeka Rešteiová	Prima A	GAlejKE	12	0	6	0	4	2	4	0	28
87.	Patrik Štefanko	Prima A	GAlejKE	11	6	1	8	2	0	0	0	28
88.	Samo Albrecht	5. A	ZKro4KE	28	-	-	-	-	-	-	0	28
89.	Laura Antolová	5.	ZJeleNH	27	-	-	-	-	-	-	0	27
90.	Róbert Tóth	6.	ZZeliKE	27	-	-	-	-	-	-	0	27
91.	Salim Al-Zabidi	5. C	ZTomKe	27	-	-	-	-	-	-	0	27
92.	Júlia Pástorová	5. A	ZTomKe	18	3	-	1	4	0	0	0	26
93.	Dominik Valkovský	Prima A	GAlejKE	23	-	2	-	-	1	0	0	26
94.	Cyntia Vargová	5. A	ZTomKe	26	-	-	-	-	-	-	0	26
95.	Peter Olexa	5. A	ZTomKe	13	0	0	4	2	0	7	0	26
96.	Matej Bálint	Prima B	GAlejKE	11	2	-	3	-	0	9	0	25
97.	Zuzana Krajňákova	5. A	ZKro4KE	25	-	-	-	-	-	-	0	25
98.	Tamara Majdáková	5. A	ZKomeSB	25	-	-	-	-	-	-	0	25
99.	Anthony Martin	5. B	ZKro4KE	17	0	0	3	3	2	0	0	25
100.	Alica Olexová	5. A	ZTomKe	8	1	-	4	2	2	7	1	25
101.	Jakub Vertaľ	5. B	ZKro4KE	17	1	2	0	2	1	1	1	25
102.	Matej Bačo	6. B	ZKro4KE	21	0	-	0	3	1	0	0	25
103.	Kristína Mosejová	5. A	ZZeliKE	12	-	2	-	7	3	0	0	24
104.	Jakub Fiala	6. A	ZKomeMD	16	0	1	0	4	2	1	0	24
105.	Jakub Barkáč	5. A	ZKro4KE	23	-	-	-	-	-	-	0	23
106.	Dominik Borbuliak	6. A	ZŠmerPO	13	1	-	-	-	-	9	0	23
107.	Michal Stupar	prima B	GAlejKE	23	-	-	-	-	-	-	0	23
108.	Damián Banačkai	5. A	ZKro4KE	12	-	3	6	-	-	-	0	21
109.	Alexandra Bartová	5.	ZFranTC	21	-	-	-	-	-	-	0	21
110.	Sara Gaľová	5. A	ZKomeSB	21	-	-	-	-	-	-	0	21
111.	Daniel Vaško	5. B	ZTomKe	21	-	-	-	-	-	-	0	21
112.	Martin Berká	5. B	ZKro4KE	20	-	-	-	-	-	-	0	20
113.	Zuzana Lukáčová	5. C	ZŠmerPO	20	-	-	-	-	-	-	0	20
114.	Michaela Bojčuková	5. A	ZKomeSB	19	-	-	-	-	-	-	0	19
115.	Veronika Belišová	5. A	ZKomeSB	17	-	-	-	-	-	-	0	17

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
116.	Juraj Roman	prima B	GAlejKE	17	-	-	-	-	-	-	0	17
117.	Igor Čurila	5. C	ZTomKe	16	-	-	-	-	-	-	0	16
118.	Xénia Hantáková	5. B	ZZdenSN	16	-	-	-	-	-	-	0	16
119.	Martin Čorovčák	Prima B	GAlejKE	12	1	0	1	-	-	-	0	14
120.	Peter Fenár	prima B	GAlejKE	10	0	-	4	-	-	-	0	14
121.	Katarína Kupčíková	prima A	GAlejKE	8	5	1	0	-	-	-	0	14
122.	Adam Maximilian Feňo	5. A	ZKro4KE	13	-	-	-	-	-	-	0	13
123.	Sabina Hauerová	5. A	ZKomeSB	13	-	-	-	-	-	-	0	13
124.	Rafael Kalafa	Prima B	GAlejKE	13	-	-	-	-	-	-	0	13
125.	Diana Sokolová	6. A	ZŠmerPO	13	-	-	-	-	-	-	0	13
126.	Tomáš Štucka	6. A	ZKomeSB	13	-	-	-	-	-	-	0	13
127.	Hugo Heredoš	5. A	ZKomeSB	12	-	-	-	-	-	-	0	12
128.	Diana Osinčáková	5. A	ZBracov	12	-	-	-	-	-	-	0	12
129.	Adam Szamosi	Prima A	GAlejKE	12	-	-	-	-	-	-	0	12
130.	Jaroslav Šillák	5. A	ZOravJa	12	-	-	-	-	-	-	0	12
131.	Daniela Rabatínová	5. A	ZBe16KE	11	-	-	-	-	-	-	0	11
132.	Simona Raticová	5. A	ZKomeSB	11	-	-	-	-	-	-	0	11
133.	Janka Vavreková	5. A	ZKomeSB	11	-	-	-	-	-	-	0	11
134.	Martin Müller	Prima A	GAlejKE	2	4	-	-	-	4	-	0	10
135.	Erika Žofčáková	5. A	ZBracov	10	-	-	-	-	-	-	0	10
136.	Samuel Franko	5. A	ZKomeSB	9	-	-	-	-	-	-	0	9
137.	Daniel Sasarák	Prima A	GAlejKE	9	-	-	-	-	-	-	0	9
138.	Andrea Bartošová	6. B	ZKurima	7	-	-	-	-	-	-	0	7
139.	Alžbeta Daňková	6. B	ZKurima	7	-	-	-	-	-	-	0	7
140.	Martin Murcko	6. B	ZKurima	7	-	-	-	-	-	-	0	7
141.	Tomáš Pavlík	5. A	ZBe16KE	7	-	-	-	-	-	-	0	7
142.	Veronika Sabolová	5. C	ZŠmerPO	7	-	-	-	-	-	-	0	7
143.	Dominik Vyrostek	5. A	ZKomeSB	7	-	-	-	-	-	-	0	7
144.	Laura Boháčiková	5. A	ZFranTC	6	-	-	-	-	-	-	0	6
145.	Tibor Krátky	5. A	ZBe16KE	6	-	-	-	-	-	-	0	6
146.	Barbora Miľovčíková	1. OA	GTr12KE	6	-	-	-	-	-	-	0	6
147.	Dušan Onody	5. A	ZKomeSB	6	-	-	-	-	-	-	0	6
148.	Simona Smolková	4. A	ZKomeSB	6	-	-	-	-	-	-	0	6
149.	Marcel Doliňák	5. A	ZBe16KE	4	-	-	-	-	-	-	0	4
150.	Patrícia Droždžová	5. A	ZBracov	4	-	-	-	-	-	-	0	4
151.	Lucia Sabolová	6. A	ZŠmerPO	4	-	-	-	-	-	-	0	4
152.	Michal Jarčuška	Prima	GTr12KE	0	-	-	-	-	-	-	0	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice
- APVV LPP–0057–09 *Rozvíjanie talentu prostredníctvom korešpondenčných seminárov a súťaží*

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • december • Zimná časť 22. ročníka (2012/2013)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`