MALYNÁR

Číslo 2 • november 2013 **Zimná časť 23. ročníka**

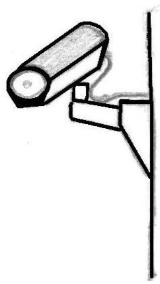
Čaute Malynárčatá!

Výsledky už teraz vieme,
aké sú, vám ukážeme.
Deviatok je skutočne hojne,
tvrdíme vám všetci svorne.
Nie všetci však deväť majú,
snáď sa pre to nehnevajú.

Správne rátať nie je veda,
rozpísať riešenie treba.
Niekedy sa to vraj nedá,
keď sa nepoučíte, beda.
Ak vám to však nepôjde,
časopis vám napovie.
Druhá séria už volá,
čaká na to, kto ju zdolá.

Vaši Opravovatelia

Pozor chyba v zadaní !!!



V úlohe číslo 2 v druhej sérii je malá chybička. Opravené zadanie je uvedené nižšie a rovnako ho môžete nájsť na stránke *http://malynar.strom.sk/*

2. Dukem a Nukem priniesli vzorky v **siedmich** debničkách. Mali v nich postupne 34, 19, 50, 44, 31, 28 a 37 vzoriek vírusu. Klára im povedala, aby debničky rozniesli do troch laboratórií tak, aby všade bolo rovnako veľa vzoriek. Dukem a Nukem vzorky z debničiek nemohli vyberať, boli totiž zapečatené.

Je možné rozdeliť debničky do laboratórií tak, ako chcela Klára?

Ak áno, určte, koľko vzoriek bolo v každom laboratóriu a akým spôsobom ich rozdelili (nezabudnite zdôvodniť, ako ste sa dopracovali k výsledku).

Vzorové riešenia úloh 1. série Zimnej časti

Úloha č. 1:
opravovali Tóno Gromóczki & Zoli Hanesz

Michaela Rusnáková

Zadanie: Vírus má 7 príznakov, prejavujú sa postupne. Prvý príznak sa objaví 19 dní po nakazení. Potom sa každé tri dni objaví nový príznak. Ak máš svoj najnovší príznak už 25 dní, pred koľkými dňami si sa nakazil?

Riešenie: Vieme, že nové príznaky sa objavujú každé tri dni. Zo zadania nemusí byť na prvý pohľad jasné, koľko príznakov sa u nás už objavilo. My však vieme, že 25 dní sa počet našich príznakov nezmenil, to znamená, že už musíme mať všetkých 7 príznakov. Ak by sme totiž nemali všetky, ďalší by sa nám objavil už po troch dňoch (a to sa nestalo). Vieme teda, že už 25 dní máme 7 príznakov (všetky).

Zistime, kedy sa objavil posledný príznak:

- Náš prvý príznak sa objavil 19 dní od nakazenia.
- Druhý príznak sa objavil o 3 dni neskôr, teda po $19 + 3 = 22$ dňoch.
- Tretí príznak sa objavil o 3 dni neskôr ako druhý príznak, teda po $22 + 3 = 25$ dňoch.
- Štvrtý príznak sa objavil 3 dni po objavení tretieho príznaku, teda po $25+3 = 28$ dňoch.
- Piaty príznak sa objavil 3 dni po štvrtom príznaku, teda po $28 + 3 = 31$ dňoch.
- Šiesty príznak sa objavil 3 dni po piatom príznaku, teda po $31 + 3 = 34$ dňoch.
- Siedmy príznak sa objavil 3 dni po šiestom príznaku, teda po $34 + 3 = 37$ dňoch.

V 37. dni od nakazenia sme teda mali všetkých 7 príznakov. Vieme, že máme 7. príznak, a teraz už vieme aj to, že sa objavil počas 37. dňa. Tento posledný príznak máme už 25 dní, takže vieme ľahko vypočítať, pred koľkými dňami sme sa nakazili.

Musíme si však dať pozor na to, že počas 37. dňa sme 7. príznak už mali. Preto napríklad v 38. dni od nakazenia ubehol od objavenia posledného príznaku iba jeden deň, no my sme ho mali už dva dni.

Najnovší príznak máme 25 dní, čo znamená, že ubehlo 24 dní od jeho objavenia. Čiže sme sa nakazili pred $37 + 24 = 61$ dňami.

Komentár: Táto úloha mohla na prvý pohľad pôsobiť až príliš jednoducho a mnohí ste ju zrejme pre to podcenili. Už tradične ste zabúdali písať myšlienky, ktoré vám možno prídu jasné (napríklad určiť, s koľkými príznakmi to vlastne žijeme). Napriek tomu je potrebné ich v riešení spomenúť, pretože pri komplikovanejších príkladoch sa to kruto vypomstí. Veľký problém bol takisto v tom, že drvivá väčšina riešiteľov pozabúdala na fakt, že v momente, keď príznak dostanete, tak nemôžete povedať, že ste ho v ten deň nemali (čiže ste do výpočtov nepočítali 37. deň ako deň, kedy ten príznak máte). Preto len niekoľko riešení dospelo k správnemu výsledku.

Úloha č. 2:

opravovali Lucka Magurová & Lucka Leličová

Samuel Banas, Michaela Rusnáková

Zadanie: Dukem a Nukem viezli zoradené boxy s nákladom. Prvé štyri boxy nie sú očíslované. Nasledujúci, teda piaty box, je očíslovaný číslom 5, ten ďalší číslom 6, ten po ňom číslom 7, atď. Na očíslovanie všetkých boxov spomínaným spôsobom potrebujeme dva krát toľko cifier ako je v lodi všetkých boxov.

A) Koľko je na palube transportéra boxov?

B) Koľkokrát bolo nutné použiť cifru 5 na očíslovanie všetkých boxov?

Riešenie: *A)* Pri číslovaní boxov bol počet použitých cifier dvakrát väčší ako počet boxov. Toto je dôležitá veta, na ktorú sa budeme často odvolávať, a tak si ju nejako nazvime, napríklad podmienka P.

Podmienka P by zjavne platila, ak by sa na každom z boxov nachádzali práve dve cifry. V takom prípade by sme mohli mať dokonca boxov koľkokoľvek a stále by bola pravda, že počet cifier na boxoch je rovný dvojnásobku ich počtu.

Naše boxy zo zadania sú však číslované podľa určitých pravidiel. Prvé štyri boxy sú neočíslované a na tie označené číslami 5, 6, 7, 8, 9 sa použila iba jedna cifra. Toto zatiaľ zjavne nestačí, pretože máme 9 boxov a na nich sa dokopy nachádza iba 5 cifier. Ďalšie boxy sú až po ten 99. označené dvoma ciframi.

Prepokladajme, že podmienka P platí, a pozrime sa, čo by sa stalo, ak by sme zrazu našli nový box, ktorý by bol označený dvoma ciframi. Ak by mala podmienka P platiť aj po tomto náleze, musel by sa počet cifier zvýšiť o 2, keďže počet boxov sa zvýšil o 1 (môžete si to vyskúšať pre konkrétne počty boxov). To by sa nájdením 1 novej krabice s 2 ciframi stalo, takže podmienka P platí.

Čo by sa ale stalo, ak by sme nejaký takýto box stratili? Počet boxov by sa zmenšil o 1 a celkový počet cifier by bol menší o 2. A podmienka P by stále platila, pretože dvojnásobok pôvodného počtu boxov je o 2 väčší ako dvojnásobok čísla o 1 menšieho ako pôvodný počet boxov (opäť si to môžete vyskúšať pre konkrétne počty boxov). Takto sme si ukázali, že boxy označené dvoma ciframi nijako neovplyvňujú platnosť podmienky P.

Stačí sa nám teda pozrieť na boxy, ktoré nie sú očíslované dvojciferným číslom. Ako sme už ukázali, prvých 9 boxov má na sebe dokopy iba 5 cifier. Dvojnásobok čísla 9 je však 18, takže na splnenie podmienky P potrebujeme ešte aspoň 13 cifier. Z dvojciferných boxov sa cifier nazvyš nedočkáme, skúsme sa preto pozrieť na nasledujúce boxy, ktoré sú označené už troma ciframi (100, 101, ...).

Takýto box je vlastne ako box s dvoma ciframi (ktorý splnenie podmienky P neovplyvňuje), ktorý ponúka 1 cifru navyše. My tých cifier potrebujeme ešte aspoň 13. Ak si vezmeme práve 13 takýchto boxov, označených trojciferným číslom, k našim prvým 9, budeme mať spolu $13+9 = 22$ boxov a na nich $13\cdot 3+5 = 44$ cifier. Týchto 22 boxov zjavne spĺňa podmienku P. Môžeme aj vidieť, že naozaj, pridaním boxov očíslovaných postupne 10, 11,. . . ,98, 99 sa nič nepokazí, pretože potom budeme mať $22 + 90 = 112$ boxov a na nich $44 + 90 \cdot 2 = 224$ cifier.

S každým ďalším boxom by bol dvojnásobok ich počtu menší ako súčet cifier na nich. Veď už hneď ďalší box, ktorý by musel mať na sebe číslo 113, by zvýšil celkový počet cifier o 3, no počet boxov iba o 1. Počet boxov na palube transportéra teda musí byť 112.

B) V predchádzajúcej časti sme prišli na to, že boxov na palube transportéra bolo 112. Koľkokrát sme pri ich číslovaní použili číslo 5?

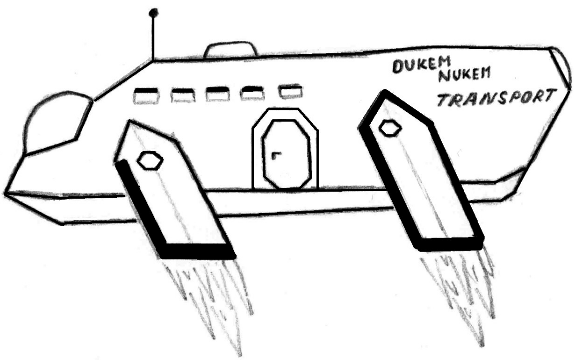
Rozdeľme si úlohu a počítajme výskyty cifry 5 osobitne na boxoch, ktoré sú označené rovnakým počtom cifier.

Začnime pri jednociferných číslach, ktoré sme použili: 5, 6, 7, 8, 9. Medzi nimi sa nachádza číslo 5 práve raz.

Pri dvojciferných číslach máme cifru 5 na mieste jednotiek deväťkrát (15, 25, . . . ,55,. . . ,95) a na mieste desiatok desaťkrát (50, 51,. . . ,55,. . . ,59). Číslo 55 sme síce zarátali dvakrát, no je to v poriadku, keďže toto číslo obsahuje cifru 5 naozaj dvakrát (raz na mieste jednotiek a raz na mieste desiatok). Ostávajú nám už len trojciferné čísla. Tu sa cifra 5 vyskytla medzi číslami (100,. . . ,105,. . . ,112) len raz.

Na boxoch bolo teda spolu $1 + 9 + 10 + 1 = 21$ pätiek.

Komentár: Mnohí z vás prehliadli fakt, že číslo 55 obsahuje cifru 5 dvakrát, a preto sme vám nemohli dať plný počet bodov, čo nás, dve Lucky, veľmi mrzí. :(



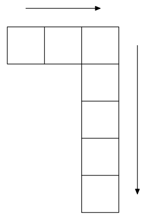
Úloha č. 3:

opravovali Robo Schönfeld & Roman Staňo

Adam Čabrák, Lujza Milotová, Samuel Banas

Zadanie:

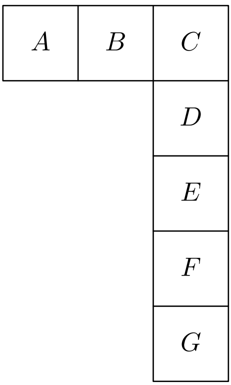
Kľúč vyzerá ako klasická hracia kocka, má na stenách bodky 1, 2, ..., 6 umiestnené tak, že súčet počtu bodiek na protiľahlých stenách je 7. Plán pozostáva zo štvorcov, ktoré sú rovnako veľké ako steny kocky resp. kľúča. Kľúč od vznášadla sa kotúľal naznačeným smerom po pláne na obrázku. Pri jeho pohybe na každom políčku ostali otlačené bodky zo steny, ktorou sa zámku dotýkal.



Aký môže byť najväčší možný počet bodiek otlačených na zámku?

Aký môže byť najmenší možný počet bodiek otlačených na zámku?

Riešenie:



Najprv pre jednoduchosť označíme políčka plániku písmenami A až G.

Na vyriešnie tejto úlohy môžeme jednoducho rozobrať všetky možnosti, ako sa kocka mohla pohybovať po plániku. Na políčku A bude kocka položená na jednu zo 6 stien. Keďže každá stena susedí so 4 ďalšími stenami, sú 4 spôsoby ako sa mohla pretočiť na políčko B. Potom je jej pohyb už jasne daný plánikom. To dáva dokopy $4 \cdot 6 = 24$ možností, pre ktoré musíme spočítať výsledný počet bodiek a nájsť ten najmenší a najväčší. Toto síce je správne riešenie, no je príliš zdĺhavé a prácne.

Omnoho jednoduchšie bude pracovať so zadaným faktom, že súčet počtu bodiek na protiľahlých stenách je 7. To znamená, že oproti 1 leží 6, oproti 2 leží 5 a oproti 3 leží 4 (keď číslami myslíme počty bodiek na stenách). Všimnime si, že na to, aby sa kocka pohla o 2 políčka ďalej v jednom smere, musí sa dvakrát v tomto smere pretočiť. To znamená, že skončí na protiľahlej stene. Súčet otlačených bodiek na políčku, z ktorého sa dvakrát pretáčala, a otlačených bodiek na políčku, na ktorom kocka skončila, je teda 7.

Poďme sa pozrieť, či sa toto zistenie nedá použiť aj na našom plániku. Vidíme, že na to, aby sa kocka dostala z A do C, sa musí dvakrát pretočiť, a teda na A a C budú otlačené protiľahlé steny. To znamená, že súčet otlačených bodiek na A a C bude 7. Pritom nezáleží, ako bola kocka položená na začiatku. Ďalej vidíme, že na to, aby sa kocka prekotúľala z C do E, ju musíme opäť dvakrát pretočiť, teda na E sa nám otlačí rovnaký počet bodiek ako na A, a podobne na G dostaneme rovnaký počet bodiek ako na C. Zistili sme tak, že aj na políčkach E a G budú otlačené protiľahlé steny kocky, čiže súčet bodiek na E a G bude tiež 7.

Podobne uvažujeme pri políčkach D a F. Nezávisle od toho, ako sa kocka pohybovala predtým, sa na políčkach D a F otlačia protiľahlé steny, a preto počet bodiek na nich bude tiež 7.

Našli sme 3 dvojice políčok (A a C, E a G, D a F), kde na každej bude otlačených po 7 bodiek. V každom prípade teda bude na políčkach A, C, E, G, D a F dokopy $3 \cdot 7 = 21$ bodiek. Stále sa ešte môže meniť počet bodiek na políčku B. Keďže výsledný počet bodiek na ostatných políčkach sa nemení, jediné, čo ovplyvňuje celkový súčet, je práve počet bodiek na tomto políčku. Ten môže byť najmenej 1 a najmenší možný počet bodiek odtlačených na zámku je teda $21 + 1 = 22$. Na políčku B môže byť najviac 6 bodiek a najväčší možný počet bodiek odtlačených na zámku je preto $21 + 6 = 27$.

Komentár: Väčšina z vás sa dopracovala k správnemu výsledku, no s vysvetľovaním postupu to bolo už horšie. Mnohí si všimli, že na niektorých políčkach je súčet bodiek vždy 7, ale nezdôvodnili, prečo to tak je, za čo šli body dolu. Iní zas vypisovali všetky možnosti, no zabudli ukázať, že možnosti, ktoré rozobrali, sú naozaj všetky. To je pri takomto postupe riešenia veľmi dôležité. Niektorí prišli na to, že keď kocku postavíme na začiatok plániku, tak jej zvislá ľavá stena sa ani raz neotlačí. Táto myšlienka je správna a dá sa s ňou pekne pracovať, no daní riešitelia to nedotiahli až do konca. Nabudúce sa snažte viac rozpísať svoje myšlienky a postup, lebo práve na tom ste najviac postrácali.

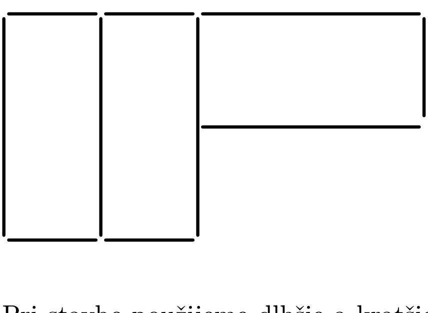
Úloha č. 4:

opravovali Dávid Hvizdoš & Jano Dudič

Klára Paľuvová, Simona Sabovčíková

Zadanie: Pôdorys laboratória na plániku je zložený z troch zhodných obdĺžnikov. Jeden obdĺžnik má obvod 2013 m. Aký je obvod celého laboratória?

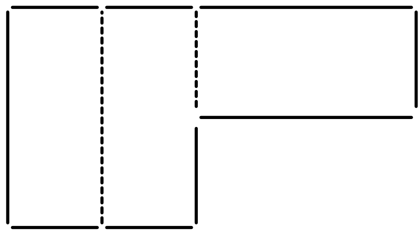
Riešenie:



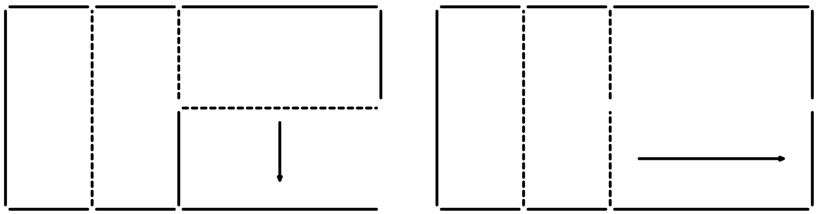
Keďže má laboratórium celkom zvláštny tvar a dĺžky jednotlivých strán malých obdĺžnikov nepoznáme, nedá sa jeho obvod len tak hneď uhádnuť. Preto sa pri riešení tejto úlohy budeme hrať so zápalkami, z ktorých si postavíme naše vlastné laboratórium podľa náčrtu v zadaní. Pomocou týchto zápaliek potom skúsime postaviť rozumnejší útvar s rovnakým obvodom.

Pri stavbe použijeme dlhšie a kratšie zápalky, ktoré budú predstavovať dlhšie a kratšie strany obdĺžnikov, ktoré tvoria pôdorys laboratória.

Teraz, keď už máme naše laboratórium postavené, sa pozrieme, ktoré zápalky tvoria jeho obvod. Zápalky, ktoré netvoria obvod, vybodkujeme bielou farbou.



Jednu dlhú zápalku sme vybodkovali celú (celá leží vo vnútri laboratória) a druhú len sčasti (čiastočne leží na obvode a čiastočne vo vnútri). Všetko máme prehľadne označené, a teda začneme zápalky presúvať tak, aby vytvorili niečo krajšie. Vďaka označeniu budeme aj po presunutí vedieť, ktoré zápalky tvorili obvod laboratória. Stále to však ešte nestačí na to, aby sme vedeli zrátať obvod. V duchu tvorenia niečoho krajšieho môžeme presunúť čiastočne obodkovanú zápalku tak, aby nám z celku vznikol obdĺžnik.



Vidíme, že čiastočne vybodkovaná zápalka spolu s priloženou krátkou zápalkou tvoria dokopy jednu celú dlhú zápalku na obvode. Práve sme dostali obdĺžnik. Jeho kratšia strana je jedna dlhá zápalka. Jeho dlhšia strana je dlhá zápalka plus dve krátke. Z nášho označenia vidíme, že celý obvod tohoto obdĺžnika je rovný obvodu laboratória (len tučne označené zápalky tvorili obvod na pôvodnom obrázku).

Dokopy je obvod obdĺžnika (a teda aj laboratória):

$$4\cdot \text{ dlhšia zápalka } + 4\cdot \text{ kratšia zápalka.}$$

Teraz si len stačí uvedomiť, že malý obdĺžnik, z ktorého troch kópií sa laboratórium skladá, je zložený z dvoch kratších a dvoch dlhších zápaliek. Náš veľký obdĺžnik má preto obvod ako dva pôvodné obdĺžniky s obvodom 2013 m. Celkový obvod laboratória je teda 4026 m.

Komentár: Mnohí z vás výsledok uhádli a viacerí ho aj spočítali. Odôvodnilo ho už menej ľudí. Častý postup bol totiž počítanie obvodu za predpokladu, že kratšia strana malého obdĺžnika je polovička dlhšej (v niektorých prípadoch ste to skúšali aj s inými konkrétnymi dĺžkami strán). Aj keď to nie je vylúčené a obrázok zo zadania na túto úvahu celkom zvodne navádza, tento predpoklad vôbec nebol nutný. Naopak, v tejto úlohe je základom úspešného riešenia ukázať, že obvod laboratória je vždy rovnaký, nech už sú dĺžky strán malého obdĺžnika akékoľvek. Viacerí z vás ukázali, že sa to dá dosiahnuť nielen priamym výpočtom, ale aj šikovnou grafickou manipuláciou podobne, ako sme to robili vo vzoráku.

Úloha č. 5:

opravovali Tomáš Daneshjo & Terka Kochjarová & Juraj Mičko

Samuel Banas, Simona Sabovčíková

Zadanie: Na protilátke pracujú tri tímy. Každý potrebuje nejaký materiál. Erichov tím dostane 15 mesačných úlomkov. Máriov dostane 9 sopečných skál, Dastanov 7 zlatých hrúd.

Ak by každý tím dal zvyšným dvom po jednom zo svojich kameňov, každý by potom mal materiál rovnakej hodnoty, a to 1800 Azúrov. Vieme, že jedna sopečná skala má cenu dvoch mesačných úlomkov. Koľko Azúrov stojí zlatá hruda?

Riešenie: Vieme, že ak by každý tím dal zvyšným dvom po jednom zo svojich kameňov, každý by potom mal materiál rovnakej hodnoty, a to 1800 Azúrov. Ak by táto situácia nastala, tak potom vieme, že:

- Erichov tím by mal $15 - 2 = 13$ mesačných úlomkov (Máriovmu a Dastanovmu tímu by dal po jednom úlomku), 1 sopečnú skalu (dostal by ju od Máriovho tímu) a 1 zlatú hrudu (tú by dostal od Dastanovho tímu).
- Máriov tím by mal 1 mesačný úlomok (od Erichovho tímu), $9 - 2 = 7$ sopečných skál (Erichovmu a Dastanovmu tímu by dal po jednej skale) a 1 zlatú hrudu (od Dastanovho tímu).
- Dastanov tím by mal 1 mesačný úlomok (od Erichovho tímu), 1 sopečnú skalu (od Máriovho tímu) a $7 - 2 = 5$ zlatých hrúd (Erichovmu a Máriovmu tímu by dal po jednej hrude).

Tak nech si ich teda vymenia.

Chceme zistiť, koľko Azúrov stojí jedna zlatá hruda, zatiaľ vieme, aký materiál má každý z tímov a akú má tento materiál hodnotu. Taktiež vieme, že jedna sopečná skala má rovnakú hodnotu ako dva mesačné úlomky. To znamená, že či už vlastníme jednu sopečnú skalu alebo dva mesačné úlomky, hodnota nášho materiálu v Azúroch je rovnaká. Preto dokážeme materiál každého z tímov vyhodnotiť iba v mesačných úlomkoch a zlatých hrudách. Každému z tímov zoberieme všetky ich sopečné skaly a dáme im namiesto nich dvojnásobný počet mesačných úlomkov. Hodnota ich materiálu po takejto výmene ostane rovnaká. Materiál sa zmení nasledovne:

- Erichov tím bude mať $13 + 1 \cdot 2 = 15$ mesačných úlomkov a 1 zlatú hrudu.
- Máriov tím bude mať $1 + 7 \cdot 2 = 15$ mesačných úlomkov a 1 zlatú hrudu.
- Dastanov tím bude mať $1 + 1 \cdot 2 = 3$ mesačné úlomky a 5 zlatých hrúd.

Ak by sme vedeli nájsť aj vzťah medzi mesačnými úlomkami a zlatými hrudami, vedeli by sme každého materiál vyhodnotiť iba v zlatých hrudách. Takže by sme vedeli, že niekoľko zlatých hrúd má hodnotu 1800 Azúrov, a z takej informácie by sme už ľahko dorátali, akú hodnotu má jedna zlatá hruda.

Materiál všetkých troch (po tom, ako si ho povymieňajú medzi sebou, a po tom, čo im sopečné skaly nahradíme mesačnými úlomkami) má rovnakú hodnotu, a to 1800 Azúrov. To znamená, že 15 mesačných úlomkov a 1 zlatá hruda (Erichov a Máriov tím) majú spolu rovnakú hodnotu ako 3 mesačné úlomky a 5 zlatých hrúd (Dastanov tím). Vidíme, že Erichov a Máriov tím majú iba po jednej zlatej hrude. Ak by o ňu prišli, mali by materiál skladajúci sa iba z mesačných úlomkov. Niečo podobné platí pre Dastanov tím a jeho 3 mesačné úlomky. Zoberme preto každému z tímov 3 mesačné úlomky a 1 sopečnú skalu. Materiál sa zmení nasledovne:

- Erichov tím bude mať 12 mesačných úlomkov.
- Máriov tím bude mať 12 mesačných úlomkov.
- Dastanov tím bude mať 4 zlaté hrudy.

Síce nevieme, akú hodnotu majú kamene jednotlivých tímov, vieme však, že hodnota kameňov Erichovho tímu je stále rovnaká ako hodnota kameňov Máriovho tímu a rovnaká ako hodnota kameňov Dastanovho tímu. Nemôžu byť rôzne, pretože každému z tímov ubudol rovnaký počet kameňov tej istej hodnoty. Inými slovami: 12 mesačných úlomkov má rovnakú hodnotu ako 4 zlaté hrudy. Takže každé 4 zlaté hrudy vieme nahradiť 12 mesačnými úlomkami (a naopak), čo je ale to isté, ako keby sme každú 1 zlatú hrudu nahradili 3 mesačnými úlomkami (a naopak).

Keď vieme sopečné skaly nahradiť mesačnými úlomkami a mesačné úlomky zlatými hrudami a naopak, prehodnoťme materiál niektorého z tímov, napríklad toho Erichovho. Materiál Erichovho tímu sa na začiatku (po prvej výmene) skladal z 13 mesačných úlomkov, 1 sopečnej skaly a 1 zlatej hrudy. Vieme, že 1 sopečná skala má hodnotu 2 mesačných úlomkov, takže si tak, ako predtým, nahradíme všetky sopečné skaly mesačnými úlomkami a dostaneme:

13 mes. úlomkov + 2 mes. úlomky + 1 zlatá hruda = 15 mes. úlomkov + 1 zlatá hruda.

Taktiež vieme, že 3 mesačné úlomky majú hodnotu 1 zlatej hrudy, takže si každé 3 mesačné úlomky nahradíme 1 zlatou hrudou a dostaneme:

5 zlatých hrúd + 1 zlatá hruda = 6 zlatých hrúd.

Erichov tím má materiál v hodnote 6 zlatých hrúd, a to zodpovedá 1800 Azúrom. To znamená, že hodnota jednej zlatej hrudy je 300 Azúrov.

Komentár: Aj keď ste sa takmer všetci dopracovali k správnemu výsledku, nerozpísali ste nám, ako ste sa k nemu dostali. Tí z vás, ktorí sa rozhodli túto úlohu vypočítať rozpisovaním možností, neukázali, prečo je len jedna možnosť správna a že žiadne ďalšie neexistujú. Tiež ste sa niektorí rozhodli riešiť túto úlohu príliš zložito a potom ste sa zamotali vo vlastnom riešení.

Úloha č. 6:

opravovali Florián Hatala & Jakub Genči & Jakub Mach

Adam Čabrák, Lujza Milotová

Zadanie: Dukem a Nukem nosia škatule. Dukem odniesol prvú a vrátil sa po druhú za 6 minút. Kým odniesol tú a vrátil sa, prešlo 7 minút. Nasledujúcu už nosil 8 minút a s každou novou škatuľou sa spomalil o 1 minútu. Nukem odniesol svoju prvú za 13 minút, každú nasledujúcu nosil o dve minúty rýchlejšie až kým sa nedostal do tempa jedna škatuľa za 5 minút. Potom mu už prenos ďalšej škatule trval vždy 5 minút. Dukem začal nosiť o 9.00. Presne o 10.30 položili obaja svoju poslednú škatuľu na miesto určenia. Vieme, že obaja odniesli rovnako veľa škatúľ a počas nosenia si ani jeden z nich neurobil prestávku. Kedy začal Nukem nosiť škatuľe?

Riešenie: V zadaní sme dostali viac informácii o Dukemovi, venujme sa teda najprv jemu. Zo zadania vieme:

- Kedy začal škatule nosiť (9.00) a kedy položil poslednú škatuľu (10.30). Vieme teda, že dokopy pracoval 90 minút.
- Prvú škatuľu niesol 6 minút a každú ďalšiu o minútu dlhšie.

Stačí už len vypočítať, koľko škatúľ Dukem stihol za 90 minút odniesť. K tomu nám poslúži tabuľka, ktorá nám ukáže, ako nosil škatule a koľko minút potreboval na odnesenie každej z nich.

Poradové číslo škatule	Čas cesty tam aj naspäť spolu	Celkový čas jeho práce
1	6 min	6 min
2	7 min	13 min
3	8 min	21 min
4	9 min	30 min
5	10 min	40 min
6	11 min	51 min
7	12 min	63 min
8	13 min	76 min
9	14 min	90 min

Z tabuľky vidíme, že 90 minút uplynulo, keď Dukem odniesol deviatu škatuľu. Z toho vyplýva, že Dukem odniesol 9 škatúľ.

Zrekapitulujme, čo vieme o Nukemovi zo zadania:

- Nukem odniesol svoju poslednú škatuľu o 10.30.
- Prvú škatuľu odniesol za 13 minút, každú nasledujúcu nosil o dve minúty rýchlejšie, kým sa nedostal do tempa jedna škatuľa za 5 min.
- Obaja bratia odniesli rovnako veľa škatúľ. Nukem teda odniesol tiež 9 škatúľ.

Chceme spočítať, ako dlho mu trvalo odniesť 9 škatúľ. Potom budeme schopní zistiť, kedy s nosením začal, pretože poznáme čas, kedy skončil. V tabuľke si ukážeme, koľko času Nukem potrebuje, aby odniesol konkrétne škatule podľa zadania.

Poradie škatule, ktorú niesol	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
Čas nosenia danej škatule	13 min	11 min	9 min	7 min	5 min	5 min	5 min	5 min	5 min

Z tabuľky vidíme, že:

- Prvé 4 škatule nosil dlhšie ako 5 minút.
- Do tempa škatuľa za 5 min sa Nukem dostal počas toho, ako niesol 5. škatuľu.

Ak zrátame tieto časy dohromady, zistíme, že Nukemovi trvalo $13+11+9+7+5\cdot 5 = 65$ minút, kým odniesol svojich 9 škatúľ. Podľa zadania Nukem skončil s nosením škatúľ o 10.30. Z toho vyplýva, že Nukem začal nosiť škatule 65 minút pred 10.30, a to je o 9.25.

Komentár: Množstvo správnych riešení nás potešilo. Veľa z vás však stále zabúda na to, že niekoľko čísel v riadku bez slovného komentára nám veľa nepovie. Často sa oháňate tvrdeniami, no nechcete nám prezradiť, či vyplývajú z vášho výpočtu, alebo zo zadania. Na koniec musím spomenúť, že aj ostrieľaným riešiteľom nášho seminára sa stalo, že nepozorne prečítali zadanie alebo zabudli skontrolovať svoje riešenie. Potom sme sa napríklad dozvedeli, že Nukem nosil svoju prvú škatuľu od 10.30 do 10.17. Na druhú stranu s radosťou sledujeme, že sa nebojíte púšťať do ťažších úloh. Len tak ďalej!

Poradie riešiteľov po 1. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1.	Matej Haverlík	5. A	ZSkaBA	0	6	9	9	9	9	9	9	54
2. – 4.	Jakub Mičko	5. B	ZKro4KE	0	6	9	9	8	9	9	8	52
	Martin Čabra	5. A	ZStanKE	0	4	9	8	9	9	9	8	52
	Matúš Masrna	5. A	ZKro4KE	0	6	9	8	9	9	9	8	52
5. – 6.	Michaela Rusnáková	Prima A	GAlejKE	0	9	9	9	9	6	9	0	51
	Samuel Banas	Prima	GSNP PN	0	6	9	9	9	9	9	0	51
7. – 9.	Soňa Špakovská	6. C	ZTomKe	0	6	9	8	9	9	9	0	50
	Oliver Štubňa	3. A	ZMarkSN	0	6	7	8	9	8	9	9	50
	Lujza Milotová	6. A	ZBrusKE	0	7	7	9	9	9	9	0	50
10. – 12.	Simona Sabovčíková	6. B	ZKro4KE	0	6	9	9	9	9	7	0	49
	Norbert Micheľ	6. A	ZKro4KE	0	4	9	9	9	9	9	0	49
	Martin Nemjo	Prima	GAlejKE	0	4	9	9	9	9	9	0	49
13. – 14.	Adam Čabrák	5. A	ZKro4KE	0	6	9	9	5	9	9	6	48
	Frederik Ténai	6. B	ZAngeKE	0	5	9	9	9	9	7	0	48
15.	Klára Hricová	6. A	ZKro4KE	0	6	9	8	6	9	9	0	47
16. – 18.	Adam Garafa	5. A	ZKro4KE	0	4	9	6	9	8	8	6	46

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Ján Kapráľ	6. C	ZTomKe	0	9	7	7	9	9	5	0	46
	Michal Kolcun	Prima	GAlejKE	0	4	9	8	8	9	8	0	46
19. – 21.	Filip Pereš	6. A	ZKro4KE	0	4	9	9	5	9	9	0	45
	Hana Žáková	5. A	ZGTilBA	0	5	9	8	9	9	5	5	45
	Marek Čižmár	6. B	ZTomKe	0	4	7	7	9	9	9	0	45
22.	Simona Jacková	5. B	ZKro4KE	0	6	9	7	5	9	7	6	44
23.	Peter Rajský	4. A	ZJeséBA	0	4	9	7	5	9	3	9	43
24. – 27.	Kristína Šedovičová	6. B	ZKro4KE	0	0	6	9	9	9	9	0	42
	Tomáš Feciskanin	Prima	GAlejKE	0	5	9	9	2	9	8	0	42
	Jakub Farbula	Prima	GAlejKE	0	4	7	9	5	9	8	0	42
	Matej Štencel	6. A	ZŠkolMG	0	4	9	7	7	7	8	0	42
28. – 29.	Klára Farkašovská	6. C	ZTomKe	0	4	7	7	9	9	5	0	41
	Klára Paľuvová	5. A	ZKro4KE	0	4	9	7	9	2	8	4	41
30. – 32.	Michal Krkoška	6. B	ZKopeHC	0	4	9	6	7	9	5	0	40
	Viktória Smolárová	5. A	ZOrJase	0	4	7	5	9	8	6	5	40
	Erik Novák	5. A	ZKro4KE	0	6	9	7	5	2	8	5	40
33. – 36.	Martin Kánássy	6. B	ZKro4KE	0	4	9	6	8	3	8	0	38
	Daniel Vaško	6. B	ZTomKe	0	4	7	7	4	9	7	0	38
	Matúš Farkaš	Prima	GAlejKE	0	3	9	7	5	9	5	0	38
	Oskar Hritz	4. B	ZPoliKE	0	3	7	7	9	-	3	9	38
37. – 40.	Imrich Rumi	5.	ZSSvPet	0	4	9	7	4	9	4	4	37
	Veronika Glashütnerová	6. C	ZTomKe	0	4	7	4	9	9	4	0	37
	Gabriela Genčiová	6. B	ZKro4KE	0	5	8	7	9	-	8	0	37
	Jakub Skaloš	5. A	ZSkaBA	0	4	9	5	9	2	6	4	37
41.	Katka Samčíková	5. A	ZZeliKE	0	4	8	2	4	9	7	4	36
42. – 44.	Lilla Maheľová	5. B	ZKro4KE	0	4	6	6	5	1	9	4	34
	Ivana Benešová	5. A	ZKro4KE	0	4	9	5	5	2	7	4	34
	Simona Vrbová	6. A	ZKro4KE	0	4	8	5	6	6	5	0	34
45. – 49.	Natália Péliová	6.	ZJeleNH	0	4	9	8	5	2	4	0	32
	Filip Tumidalský	Prima	GAlejKE	0	4	7	5	9	2	5	0	32
	Matúš Bucher	5. B	ZKro4KE	0	4	9	1	5	3	8	3	32
	Zuzana Krajňáková	6. A	ZKro4KE	0	4	9	1	6	3	9	0	32
	Sofia Kuliková	6. A	ZZeliKE	0	4	6	8	5	2	7	0	32
50.	Martin Želinský	6. A	ZKro4KE	0	4	9	8	5	2	3	0	31
51.	Sára Lemesányiová	5. B	ZKro4KE	0	4	9	1	9	-	6	1	30
52. – 53.	Samuel Koribanič	5. A	ZŠtefHE	0	7	6	1	8	2	4	2	29
	Ján Richnavský	6. B	ZKro4KE	0	4	1	7	6	3	8	0	29
54. – 57.	Jaroslav Birka	5. A	ZKro4KE	0	4	5	6	5	3	3	3	26
	Tomáš Prielomek	6. A	ZOrJase	0	6	7	1	5	2	5	0	26
	Kristína Mosejová	6. A	ZZeliKE	0	4	6	2	5	2	7	0	26
	Radoslav Jochman	5. A	ZBrusKE	0	4	5	3	5	-	6	3	26
58.	Ondrej Ovčár	5. A	ZKro4KE	0	6	3	7	1	3	3	3	25
59. – 61.	Tatiana Kerestiová	5. A	ZBe16KE	0	6	1	3	8	2	3	2	24
	Nina Griačová	3. A	ZTajoSC	0	6	-	-	9	-	-	9	24
	Alexandra Bartová	6. B	ZFranTC	0	4	-	6	9	-	5	0	24
62.	Veronika Belániová	6.	ZJeleNH	0	4	0	9	5	-	5	0	23
63.	Tomáš Čorej	6. C	ZŠmerPO	0	6	9	1	5	-	-	0	21
64.	Róbert Bažalik	6. A	ZZeliKE	0	4	7	-	-	-	9	0	20
65. – 66.	Jakub Šlauka	5. B	ZKro4KE	0	6	4	-	9	-	-	-	19
	Zuzana Ustohalová	Prima	GŠportKE	0	0	8	6	1	2	2	0	19
67. – 69.	Samuel Albrecht	6. A	ZKro4KE	0	4	-	-	5	-	9	0	18
	Simona Horváthová	6. A	ZKro4KE	0	4	1	2	5	2	4	0	18
	Matúš Vysoký	5. B	ZKro4KE	0	6	7	-	5	-	-	-	18
70. – 72.	Richard Šimon	5. B	ZKro4KE	0	5	-	-	5	-	7	-	17
	Barbora Nagyová	6.	ZSSvPet	0	3	-	1	0	9	4	0	17
	Lukáš Szánto	6. A	ZZeliKE	0	4	5	2	0	1	5	0	17
73. – 74.	Kristián Koribsky	5. A	ZZeliKE	0	4	-	-	8	-	3	-	15
	Timea Forraiová	5. A	ZZeliKE	0	4	-	1	1	2	6	1	15
75. – 77.	Matúš Hromada	4.	ZSKomj	0	4	-	2	-	-	4	4	14

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Erik Tomko	Prima B	GAlejKE	0	3	-	7	4	-	-	0	14
	Lenka Harmarová	6.	ZJeleNH	0	4	-	1	5	-	4	0	14
78. – 79.	Jakub Vertaľ	6. B	ZKro4KE	0	-	-	-	3	1	8	0	12
	Andrea Tresová	5. A	ZZeliKE	0	4	-	-	6	2	-	-	12
80.	René Gyarmati	5.	ZSSvPet	0	4	0	2	1	0	4	0	11
81.	Marco Kovaľ	5. B	ZKro4KE	0	4	-	-	5	-	-	-	9
82. – 85.	Jozef Kelement	5. A	ZLúčDiv	0	4	0	0	0	1	3	0	8
	Matúš Hadžega	Prima	GAlejKE	0	3	0	-	3	-	2	0	8
	Benjamin Jóba	5.	ZSSvPet	0	3	0	0	1	0	4	0	8
	Tomáš Miščík	6. B	ZKro4KE	0	2	3	-	3	-	-	0	8
86.	Tímea Vörösová	6.	ZSSvPet	0	2	-	1	0	-	4	0	7
87.	Dominik Paľo	6. A	ZKošaro	0	0	-	-	0	6	-	0	6
88. – 89.	Daniel Kalina	6. B	ZKro4KE	0	-	-	-	5	-	-	0	5
	Anthony Martin	6. B	ZKro4KE	0	4	0	1	-	-	-	0	5
90.	Matej Škuta	5.	ZSKomj	0	0	0	-	0	-	3	-	3
91.	Maroš Majerník	6. A	ZŠkolMG	0	0	0	1	0	0	0	0	1
92.	Soňa Budáčová	5. A	ZLúčDiv	0	0	0	-	0	-	0	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • november • Zimná časť 23. ročníka (2013/2014)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Zdruľenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`