MALYNÁR

Číslo 5 • apríl 2014 **Letná časť 23. ročníka**

Čaute Malynárčatá!

Divoký západ vie byť zradný,
skús byť preto nenápadný.
Banditi a Indiáni,
nie sú k tebe veľmi vábni.
Rýchle kone všade nájdeš,
no ak do salónu zájdeš,
párty karty nechaj tak,
je lepšie ich neskúšať.
Kaktusový džús je svieži,
pod stolom pár ľudí leží.
Šerifovi hviezda sa blyští,
on sleduje ťa, buď si istý.
Keď chceš, tak budeš môcť,
našim hrdinom pomôcť.
Veľký úspech budúci,
prajú vaši vedúci.

Vaši Opravovatelia

Máš menej bodov, ako si si myslel, že budeš mať? :(

Tu je zopár tipov a trikov, o ktorých si myslíme, že ti v budúcnosti pomôžu.

1. Základom toho, že sa ti podarí napísať správne riešenie, je prirodzene, pozorne si prečítať a pochopiť zadanie.

Ak si už niekoľkýkrát čítaš zadanie, no stále si nevieš rady, máš tieto možnosti:

Opýtaj sa svojich rodičov. Ver alebo nie, väčšinou ti dokážu pomôcť s pochopením zadania.

Opýtaj sa nás. Či už prostredníctvom e-mailu, alebo na fóre, vždy ti radi pomôžeme.

2. Skúšať, skúšať, skúšať …

Možno to znie prekvapivo, pretože vetu Skúšal som a vyšlo mi. alebo Prišiel som na to skúšaním. počujeme obvykle neradi. Dosadiť si nejaké čísla, nie je vôbec zlý začiatok, ako odhadnúť výsledok príkladu. Takéto skúšanie /dosadzovanie/ rôznych hodnôt až kým nenarazíš na správny výsledok, však pre nás nie je matematický postup, ktorý by sme hodnotili veľkým bodovým ziskom. Je to spôsob, ktorý je tu pre teba, aby ti ukázal odkiaľ približne fúka vietor ak na začiatku nevieš, ako príklad vyriešiť.

3. Kresliť, kresliť, kresliť ...

Kto nerád kreslí? Ak si príklad nakreslíš, môže ti to veľmi pomôcť. Tí, čo tak urobili sa o tom mohli presvedčiť pri riešení 2.,4. a 6-tej úlohy prvej série. Nie vždy je ľahké si úlohu predstaviť. Bude sa ti jednoduchšie rozmýšľať ak to, čo máš napísané v zadaní uvidíš na obrázku priamo pred sebou. Kreslenie ti ukáže nové spôsoby, ako sa na príklad dá pozrieť.

4. Pozrimeže na niečo som asi prišiel.

Dôležité je vysvetliť, čo to vlastne je, prečo to tak funguje a v neposlednom rade názorne ukázať, ako si prišiel na to, že je to pravda. Ak to vieš vysvetliť aj po matematickej stránke, tak je to obrovské plus. Tak sa totiž rodí 9-bodové riešenie.

5. Našiel som výsledok, o ktorom si myslím, že je správny a mám aj postup. Dokonca viem vysvetliť, ako som naň prišiel.

To si už skoro hotový. Teraz však prichádza dôležitá časť! Všetko si skontroluj, logická či numerická chyba ostane vždy chybou, ak ju prehliadneš. Daj si tiež pozor, aby si aj napriek správnemu riešeniu nakoniec neodpovedal na inú otázku, než na ktorú sme sa v zadaní pýtali.

Ak sme ti napísali, že z tvojho riešenia nám nie je jasné, ako si postupoval, neber to tak, že sme ťa pochopiť nechceli. Riešeniam spravidla rozumieme, no plný počet dostane len ten, kto dokáže vysvetliť, prečo je správne.

Praktickú ukážku toho, ako by mali tvoje riešenia približne vyzerať i to, čo všetko bolo treba vysvetliť, uvidíš vo vzorových riešeniach.

Úloha 1: Veľa z vás našlo výsledok 10120 a považovali ste ho za správny. Na podobné veci si treba dávať pozor, viac už vo vzorovom riešení.

Úloha 3: V časti b) veľa z vás nenašlo všetky možnosti. Časť a) mali nesprávne len tí, ktorí zle prečítali zadanie.

Vaše riešenia sú často šikovné, no najväčší problém vám už tadične vo všetkých úlohách robí správne vysvetliť vaše myšlienky, či napísať nám, prečo sú vaše tvrdenia a zistenia pravdivé.

Vzorové riešenia úloh 1. série Letnej časti

Úloha č. 1:

opravovali Florián Hatala & Juraj Mičko

Zadanie: Pestré číslo je také, ktoré nemá žiadne dve cifry rovnaké. Ak cifry pestrého čísla napíšeme odzadu, získame jeho zrkadlové číslo. Napríklad zrkadlovým číslom pestrého šesťciferného čísla 102 958 je šesťciferné číslo 859 201. Aký najmenší a aký najväčší päťciferný výsledok môžeme dostať, ak sčítame pestré štvorciferné číslo s jeho zrkadlovým číslom?

Norbert Micheľ, Michal Krkoška

Riešenie:

Najväčší päťciferný výsledok.

V súčte sa na mieste tisícok sčítava prvá cifra pôvodneho čísla a prvá cifra zrkadlového čísla, čo je vlastne posledná cifra pôvodného čísla. Preto sa snažíme na toto miesto dosadiť čo najväčšiu cifru.

Prvá a posledná cifra pôvodného čísla musia byť teda čo najväčšie. Keďže musia byť rôzne, musí jedna cifra byť 9 a druhá 8. Nezáleží na tom, V akom poradí, pretože ich sčítavame.

V súčte sa na mieste stoviek sčítava druhá cifra pôvodného čísla a druhá cifra zrkadlového čísla, čo je tretia cifra V pôvodnom čísle. Snažíme sa aj tu dosadiť čo najväčšie číslo. Ďalšie dve najväčšie cifry z tých, čo nám zostali, sú 7 a 6. Ani V tomto prípade nezáleží na poradí, cifry sa sčítavajú. Štvorciferné číslo by mohlo byť napríklad 9768. Vieme V ňom vymeniť prvú cifru s poslednou a druhú cifru s treťou. Súčet s jeho zrkadlovým číslom 8679 je 18447. Rovnaký súčet by sme dostali, aj keby sme sčítavali čísla s rôznym poradím cifier (za spomenutých podmienok), keďže prvá cifra sa sčítava s poslednou (ako prvá V zrkadlovom čísle) a druhá sa sčítava s treťou (ako druhá V zrkadlovom čísle). Výsledok je 18447.

Najmenší päťciferný výsledok

Päťciferné číslo musí mať na prvom mieste cifru 1 alebo viac. Keďže sčítavame iba štvorciferné čísla, na mieste tisícok musí pri súčte nastať prechod cez desiatku. To vieme dosiahnuť dvoma spôsobmi: cifry oboch čísel na prvých miestach budú dávať súčet 10 alebo cifry oboch čísel na prvých miestach budú dávať súčet 9 a V súčte na mieste stoviek nastane prechod cez desiatku.

V prvom prípade musia cifry čísel na prvých miestach dávať súčet 10. Musia byť rôzne, teda bude to jedna z kombinácií $(4, 6)$, $(3, 7)$, $(2, 8)$ alebo $(1, 9)$. Na druhom a treťom mieste budú cifry čo najmenšie, teda 0 a 1. Ani V tomto prípade nezáleží na poradí, čísla sa sčítavajú. Pôvodné číslo by mohlo byť 4016, zrkadlové 6104 a ich súčet by potom bol 10 120. To isté by sme dostali aj pre pestré čísla 3107 či 2018.

V druhom prípade musia cifry čísel na prvých miestach dávať súčet 9. Možnosti dvojíc cifier sú $(4, 5)$, $(3, 6)$, $(2, 7)$ alebo $(1, 8)$. Prechod cez desiatku však musí nastať na mieste stoviek. Tam musíme použiť také cifry, ktoré ešte nie sú použité. Pôvodné číslo môže byť napríklad 4375, zrkadlové 5734 a ich súčet 10 109. V druhej možnosti je päťciferný súčet menší. Výsledok je 10 109.

Úloha č. 2:

opravovali Peter Milošovič & Jakub Mach

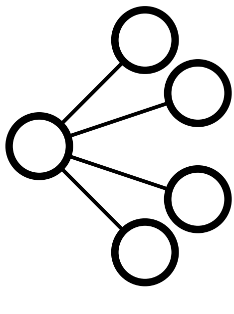
Zadanie: V Texase je 5 dôležitých miest, medzi ktorými chcú vybudovať cesty tak, aby sa dalo dostať z každého do každého mesta (nie nutne priamo z mesta do mesta). Koľko existuje rôznych možností ako spojiť tieto mestá tak, aby sa dalo dostať z každého do každého a vybudovali sme spolu len 4 cesty medzi jednotlivými mestami? (Dve možnosti sú rôzne, ak pri jednej z nich vieme absolvovať takú prechádzku mestami, ktorá je pri druhej nemožná.)

Adam Garafa

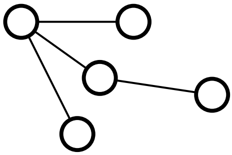
Riešenie: Zadanie nehovorí nič o tom, ako sú mestá po Texase rozmiestnené. Takže dôležité sú naozaj len cesty medzi nimi. Aby sme si uľahčili niektoré myšlienkové procesy, nazvime si mestá A, B, C, D a E.

Kedy sa dá zaručene dostať z každého mesta do ľubovoľného iného? Vtedy, ak existuje medzi mestami prechádzka, počas ktorej dokážeme navštíviť každé z nich. Prechádzku vieme označiť pomocou miest, ktorými postupne prechádza. Napríklad prechádzka označená ABC začína v meste A, pokračuje cestou medzi A a B do B, a nakoniec sa cestou medzi B a C presunie do mesta C.

K dispozícii máme iba 4 cesty, skúsme teda všetky viesť z toho istého mesta. Na koncoch týchto ciest potom nutne budú zvyšné 4 mestá. Ak chceme vytvoriť cesty tak, aby vznikla nová prechádzka, zmysel má meniť len mesto, z ktorého vychádzajú 4 cesty. To sa dá 5 spôsobmi.



Ak by z jednoho z miest vychádzali 3 cesty, mali by sme zabezpečené, že medzi 4 mestami sa dá bez problémov pohybovať len po cestách. Potrebovali by sme ešte ale spojiť zvyšné, piate mesto, s niektorým z 3 miest, z ktorých vedie iba cesta do mesta, z ktorého vychádzajú 3 cesty (inak by buď vzniklo mesto, z ktorého vychádzajú 4 cesty alebo by sme sa nevedeli dostať z ľubovoľného mesta do ľubovoľného iného). Teda máme 5 možností, ako zvoliť mesto, z ktorého vychádzajú 3 cesty. Pre každú z nich máme 4 možnosti, ako zvoliť mesto, ktoré nebude spojené s mestom, z ktorého vychádzajú 3 cesty. A pre každú z nich máme 3 možnosti, s ktorým mestom spojíme posledné z miest. To je dokopy $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ možností.



Tri cesty nemôžu vychádzať z viac ako jednoho mesta. Ak by to tak bolo, tak by sme potrebovali vybudovať viac ako 4 cesty - už pri dvoch takých mestách ich potrebujeme aspoň 5 (z každého by išli 3, no jedna môže byť spoločná) a s narastajúcim počtom takých miest by počet potrebných ciest neklesal.

Nakoniec nám teda ostala možnosť, že zo žiadneho mesta nevychádzajú viac ako 2 cesty. Keďže miest máme 5 a cesty len 4, nemáme inú možnosť ako tú, že z dvoch miest bude viesť iba po 1 ceste a z troch po 2 cesty. Možnosti vieme zrátať pomocou prechádzky, ktorá by po takto vybudovaných cestách prešla každým mestom práve raz. Tá sa musí začať v niektorom z miest, z ktorých vychádza iba jedna cesta. Na to je k dispozícii 5 možností. Prechádzka potom môže pokračovať do niektorého zo zvyšných 4 ciest, teda pre každú z predošlých 5 možností existujú 4 ďalšie. Pre každú z nich potom 3. A pre tieto potom ešte 2, ktoré už jednoznačne určia mesto, ktorým bude prechádzka končiť. To je teda $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ možností. Prechádzka ale môže začať v ľubovoľnom z miest, z ktorých vedie len jedna cesta, napríklad pri vybudovaní ciest, pri ktorých je možná prechádzka $A - B - C - D - E$, je možná aj prechádzka $E - D - C - B - A$. Preto je rôznych možností v skutočnosti len 60. Spolu je 125 možností.

Úloha č. 3:

opravovali Monika Zlaczka & Ján Dudič

Zadanie: Máme tri sklady. V sklade Austin je 10 vagónov, v druhom, Bedford, je 12 vagónov a v treťom, Conroe, je 14 vagónov. Sklady si vedia navzájom posielať vagóny nasledujúcim spôsobom: každý sklad vie poslať iba presné množstvo vagónov: Austin každému zo skladov práve po 5 vagónov, Bedford po 6 a Conroe po 7, každý sklad dokáže odoslať svoje vagóny iba ak ich posiela obom zvyšným skladom naraz; čiže ak nastane situácia, že je v sklade menej vagónov ako tento sklad potrebuje na zaslanie svojho počtu obom zvyšným skladom, vagóny neposiela ani jednému zo skladov.

a) Môže nastať taká situácia, že zo žiadneho zo skladov už nebudeme vedieť poslať vagóny? Prečo?

b) Aké všetky rôzne množstvá vagónov môžu jednotlivé sklady mať, ak každý môže poslať svoju dávku vagónov nanajvýš raz?

Samko Banas, Klára Hricová, Michal Krkoška

Riešenie: V riešení budeme sklad Austin označovať ako A, sklad Bedford ako B a sklad Conroe ako C.

a) Pozrime sa, čo musí platiť, aby žiaden zo skladov nemohol poslať vagóny. Ak chce A odoslať svoje vagóny, musí ich mať aspoň 10. Ak A nemôže poslať svoje vagóny, je to preto, že ich má menej ako 10. Ak A nemôže poslať svoje vagóny, má ich teda maximálne 9 (lebo keď ich bude mať už 10, môže ich odoslať). A musí mať teda najviac 9 vagónov. Pre B je to podobné - musí mať najviac 11 vagónov, aby ich nevedel odoslať. Ak má B 12 vagónov, už ich odoslať vie. A C môže mať najviac 13 vagónov, aby ich nemohol poslať. Takže aby ani jeden zo skladov nemohol odoslať svoje vagóny, musia mať: $A = 9$, $B = 11$ a $C = 13$ vagónov. To je spolu 33 vagónov (9+11+13). Ale vagónov je na začiatku 36 (lebo $10 + 12 + 14$) a ich počet sa nemení. Koľko vagónov odíde z jedného skladu, toľko príde do iného skladu. Teda taká situácia, že zo žiadneho zo skladov už nebudeme vedieť poslať vagóny, nastať nemôže.

b) Každý môže poslať svoju dávku NANAJVÝŠ RAZ - to znamená, že jednotlivé sklady môžu poslať vagóny 0 alebo 1 krát. Pre jednoduchosť budeme aktuálny stav počtov vagónov v jednotlivých skladoch zapisovať ako (A, B, C), kde A, B, C budú počty vagónov v skladoch s príslušným označením.

Nikto nepošle nič:

Stavy vagónov v sklade ostanú také, aké boli na ziačiatku: $(10, 12, 14)$

Len jeden sklad pošle vagóny:

Povedzme, že pošle vagóny sklad A. Pošle tak všetky svoje vagóny (10) do skladov B, C. Sklad B dostane 5 vagónov a sklad C takisto 5. Teda v sklade A neostane žiadny vagón ($A = 0$). Do skladu B, v ktorom bolo 12 vagónov, príde zo skladu A 5 vagónov. Teraz bude v sklade B 17 vagónov. Do skladu C, kde bolo 14 vagónov, príde tiež 5 vagónov zo skladu A, a tak tam bude 19 vagónov. Zapíšeme to takýmto spôsobom: $(0, 17, 19)$ Takto to vyriešime aj pre situácie, keď pošle svoje vagóny len sklad B alebo len sklad C.

Ak pošle svoje vagóny len sklad B, príde o všetky svoje vagóny. Naopak, do skladu A a do skladu C pribudne po 6 vagónov. Stav bude $(16, 0, 20)$

Takže, ak pošle svoje vagóny len sklad C, vyriešime to podobne. Stav na konci bude $(17, 19, 0)$.

Ale čo ak pošlú svoje vagóny dva sklady?

Takto máme tri možnosti: svoje vagóny pošle A a B alebo B a C alebo A a C.

Tak si predstavíme, že svoje vagóny pošle najprv sklad A a potom sklad B. Ak pošle svoje vagóny sklad A, situácia bude: $(0, 17, 19)$, ako to bolo ukázané vyššie. A teraz bude svoje vagóny posielať sklad B. Sklad A dostane 6 vagónov (a bude ich mať 6). Sklad B ich bude mať 5 ($17 - 12$, lebo 12 odoslal). Sklad C ich bude mať na konci až 25 (lebo 19 svojich plus 6, ktoré dostane zo skladu B). Situácia teraz bude: $(6, 5, 25)$.

A čo sa stane, ak svoje vagóny pošle najprv sklad B a potom sklad A? Ak pošle svoje vagóny sklad B, situácia bude: $(16, 0, 20)$, ako to bolo vyššie. Teraz pošle svoje vagóny sklad A: sklad A bude mať 6 (lebo $16 - 10$, ktoré poslal). Sklad B dostane 5 vagónov zo skladu A. Bude ich mať teda 5. Sklad C bude mať najviac - 25 vagónov ($20 + 5$ zo skladu A). A teda $(6, 5, 25)$.

Je to náhoda, že to vyšlo rovnako, ako keď posielal svoje vagóny najprv sklad A a až potom sklad B? Nie je to náhoda, na poradí nezáleží, vždy sklad A príde o 10 vagónov a dostane 6 od skladu B (bude ich mať 6). Sklad B vždy príde o svojich 12 vagónov a dostane 5 od skladu A. Tak isto sklad C k svojim 14 vagónom dostane 5 od skladu A a 6 od skladu B. Je to jedno, či spočítame $14+5+6$ alebo $14 + 6 + 5$, výsledok je vždy rovnaký.

Podobne ako s dvojicou skladov A, B vyriešime aj ostatné dvojice. Pre dvojicu skladov A, C dostaneme konečný stav (7,24,5). Pre dvojicu skladov B, C dostaneme stav $(23, 7, 6)$.

Posledný prípad, všetky sklady pošlú svoje vagóny (už vieme, že na poradí nezáleží): Pre sklad A: na začiatku má 10 vagónov, ktoré pošle. Ostane mu 0, ale od skladu B dostane 6 a od skladu C 7 vagónov. Bude ich mať teda 13. Podobne pre sklad B: $12 - 12 + 5$ (od skladu A) $+7$ (od skladu C) $= 12$ vagónov na konci. A pre sklad C: $14 - 14 + 5$ (od A) $+6$ (od B) $= 11$ vagónov. Teda počty vagónov v skladoch A, B, C budú $(13, 12, 11)$.

rekapitulácia:

ak nepošle svoje vagóny žiaden zo skladov: $(10, 12, 14)$

ak pošle len jeden sklad: ak pošle A: $(0, 17, 19)$ ak pošle B: $(16, 0, 20)$ ak pošle C: $(17, 19, 0)$

ak pošlú dva sklady: ak pošle A, B: $(6, 5, 25)$ ak pošle A, C: $(7, 24, 5)$ ak pošle B, C: $(23, 7, 6)$

ak pošlú všetky tri sklady A, B, C svoje vagóny: $(13, 12, 11)$

Úloha b) má 8 rôznych riešení.

Úloha č. 4:

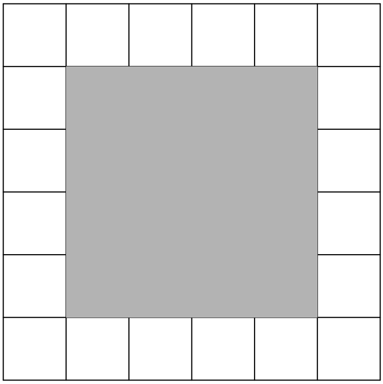
opravovali Tomáš Daneshjo & Zoltan Hanesz

Zadanie: McBain a Boris hrajú nasledovnú hru. Majú nevyfarbenú štvorčekovú mriežku s rozmermi 6x6. Hráči sa postupne striedajú v ťahoch. Hráč, ktorý je na ťahu, vyberie plochu v tvare štvorca (plocha môže mať len rozmery 1×1, 2×2, 3×3, 4×4 alebo 5×5), v ktorej nie je vyfarbený ani jeden štvorček, a celú ju vyfarbí. Vyhráva ten, po koho ťahu sú už všetky štvorčeky mriežky vyfarbené. McBain hru vždy začína. Aký prvý ťah má zvoliť, aby mal istotu, že vyhrá, nech by súper pri svojich ťahoch volil akékoľvek nevyfarbené štvorcové plochy?

Riešenie: Ak chce McBain vyhrať, musí mať nad hrou kontrolu. Keďže začína, má výhodu v tom, že sa môže rozhodnúť, akú plochu nechá súperovi na jeho ťah.

Ak by napríklad McBain vyfarbil iba jeden štvorček s rozmermi 1×1, nemal by veľkú šancu tušiť, ako bude mriežka vyzerať po najbližšom súperovom ťahu. Ak by ale napríklad vyfarbil plochu 5×5, tak by vedel, že súper vo svojom ťahu vyfarbí štvorček s rozmermi 1×1, pretože iné by sa už vyfarbiť ani nedali. Aj každý ďalší ťah by mohol byť iba vyfarbenie niektorého štvorčeka s rozmermi 1×1. No po takomto začiatočnom ťahu (zafarbenie plochy 5×5) by ostalo 11 nevyfarbených štvorčekov s rozmermi 1x1 a prvý z nich by zafarbil súper. McBain by takúto hru nakoniec prehral.

Existuje však ešte jeden spôsob, ako získať nad hrou kontrolu. Takto:



Teraz ostalo 20 malých štvorčekov. Až do konca zápasu sa budú zafarbovať iba štvorčeky veľkosti 1×1. Prvý z nich vyfarbí súper (pretože McBain zafarbil ten s rozmermi 5×5), druhý McBain, a tak ďalej. Ak sa v ťahoch striedajú dvaja hráči a vieme, že do konca hry ostáva párny počet ťahov, tak prehráva ten, kto uskutoční prvý z nich. Preto McBain týmto ťahom vždy vyhrá.

Úloha č. 5:

opravovali Anton Gromóczki & Alexander Ténai & Róbert Schönfeld

Zadanie: V San Antoniu nakoniec kandidovali na post šerifa predsedu traja ľudia: Armstrong, Bond a Capone. V meste je osem poslancov, ktorí môžu hlasovať. Každý z poslancov hlasoval a ja som si všimol nasledujúce fakty:

1. Capone dostal aspoň 2 hlasy,
2. Joseph nevolil Armstronga,
3. Matt volil toho, koho volil aj Joseph,
4. Ani jeden z kandidátov nemal viac ako 4 hlasy,
5. Pete volil kandidáta, ktorého nikto iný nevolil,
6. Paul volil Armstronga,
7. Maurice, Django a Esmeralda volili toho istého kandidáta.

Koho volil ôsmy poslanec, Bruce?

Simona Jacková, Erik Novák

Riešenie: V zadaní máme 3 kandidátov (Armstrong, Bond a Capone) volených 8 poslancami (Joseph, Matt, Pete, Paul, Maurice, Django, Esmeralda a Bruce). Pozrime sa na zadané fakty v poradí, v ktorom nám prinášajú užitočné informácie.

6. Paul volil Armstronga.

1. Capone dostal aspoň 2 hlasy.

5. Pete volil kandidáta, ktorého nikto iný nevolil.

Petov kandidát má iba jeden hlas, preto to nemôže byť Capone. Armstronga už volí Paul, a preto Pete mohol voliť iba Bonda.

2. Joseph nevolil Armstronga.

A nemohol voliť ani Bonda, nakoľko toho volil iba Pete. Takže Joseph musel voliť Caponeho.

3. Matt volil toho, koho volil aj Joseph.

Matt teda volil Caponeho a ten má už dva hlasy.

4. Ani jeden z kandidátov nemal viac ako 4 hlasy

7. Maurice, Django a Esmeralda volili toho istého kandidáta.

Táto trojica očividne nemohla voliť Bonda, keďže toho volil iba Pete. Takisto nemohli voliť ani Caponeho, lebo vieme, že nikto nemal viac ako štyri hlasy a Capone už má 2 hlasy od Matta a Josepha. Takže Maurice, Django a Esmeralda volili Armstronga.

Ostáva nám zistiť, koho volil Bruce. Bond to byť nemohol, toho volil iba Pete. A nemohol to byť ani Armstrong, lebo toho volili Paul, Maurice, Django aj Esmeralda. To sú 4 hlasy a žiaden kandidát ich nedostal viac.

Bruce teda určite volil Caponeho.

Úloha č. 6:

opravovali Roman Staňo & Jakub Genči & Mišo Pándy

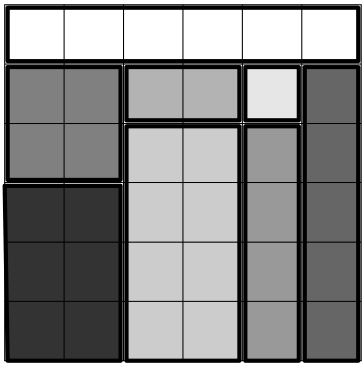
Zadanie: Čokoláda mala tvar štvorca a tvorilo ju 6×6 menších tabličiek. McBainovi jeho výchova zakazovala deliť čokoládu inak ako na kúsky v tvare obdĺžnika (aj štvorec je obdĺžnikom) skladajúce sa z celých tabličiek. Na koľko najviac kúskov vedel čokoládu rozdeliť, ak chcel, aby mali všetky kúsky rôzny tvar? (Dva obdĺžnikové kúsky majú rôzny tvar vtedy, ak sa nedá hociktorý jeden z nich položiť na druhý tak, aby ho úplne zakryl.)

Norbert Micheľ, Matúš Masrna, Lujza Milotová

Riešenie: Najprv sa pozrime na to, ako môže McBain čokoládu rozdeliť. Vieme, že žiaden z kúskov nemôže byť väčší ako samotná čokoláda, teda kúsok môže mať nejaký zo svojich rozmerov rovný najviac 6 tabličkám. Koľko možných kúskov existuje? Môžeme si ich jednoducho vypísať:

1×1					
1×2	2×2				
1×3	2×3	3×3			
1×4	2×4	3×4	4×4		
1×5	2×5	3×5	4×5	5×5	
1×6	2×6	3×6	4×6	5×6	6×6

A prečo vlastne máme v tabuľke toľko prázdnych políčok? Iste ste si všimli, akým systémom sme jednotlivé kúsky vypisovali. Ak by ste podobne doplnili prázdne políčka, zistili by ste, že napr. v ľavom hornom rohu prázdnej časti dostaneme 2×1. To je však to isté, čo už máme, (1×2). Práve toto sme mali na mysli, keď sme v zadaní hovorili o rovnakom tvare.



A teraz sa už konečne pustíme do lámania McBainovej čokolády. Ľahko zistíme, že čokoláda sa dá bez problémov rozlámať na 2 alebo 3 kúsky (napr. na kúsky 2×6, 4×6 v prvom a 4×4, 4×2, 2×2 v druhom prípade). Vieme tiež nájsť riešenie pre 4 kúsky, 5 kúskov, a tak ďalej Takto môžeme čokoládu ďalej rozlamovať až na 8 kúskov, čo môže vyzerať napríklad takto: Ak by sme však chceli čokoládu rozlámať na 9 kúskov, tak sa nám to ani po veľmi dlhom skúšaní jednoducho nepodarí. Prečo? Každý kúsok obsahuje nejaký počet tabličiek. My chceme, aby naše kúsky vyskladali celú čokoládu, teda aby súčet všetkých tabličiek na všetkých kúskoch bol dokopy $6 \times 6 = 36$. Vráťme sa k našej tabuľke a ku každému kúsku doplňme okrem rozmeru aj počet jeho tabličiek:

$1 \times 1 = 1$					
$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$				
$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$			
$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$		
$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$	$5 \times 5 = 25$	
$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$	$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$

Vezmime si najmenších 9 z našich kúskov a spočítajme, koľko majú spolu tabličiek: $1 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 5 + 1 \times 6 + 2 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 = 39$. 9 najmenších kúskov má spolu viac ako 36 tabličiek. Ale keď už 9 najmenších je veľa, tak čo ak zoberieme 9 iných kúskov? Na nich bude ešte viac ako 39 tabličiek. To znamená, že čokoláda sa nedá rozlámať na 9 (alebo aj viac) rôznych kúskov. Najväčší počet kúskov, pre ktorý to ide, je 8.

Poradie riešiteľov po 1. sérii

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
1.	Norbert Micheľ	6. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	9	9	0	54
2.	Lujza Milotová	6. A	ZBrusKE	0	9	8	9	9	9	9	0	53
3.	Klára Hricová	6. A	ZKro4KE	0	9	9	9	9	7	9	0	52
4.	Michal Kolcun	Prima	GAlejKE	0	9	8	9	9	9	7	0	51
5.	Matúš Masrna	5. A	ZKro4KE	0	8	6	7	9	9	9	7	49
6. – 7.	Samuel Banas	Prima	GSNP PN	0	9	8	9	9	9	4	0	48
	Adam Garafa	5. A	ZKro4KE	0	7	9	9	9	7	4	7	48
8. – 10.	Adam Čabrák	5. A	ZKro4KE	0	8	6	-	9	9	9	6	47
	Frederik Ténai	6. B	ZAngeKE	0	5	9	9	8	9	7	0	47
	Jakub Skaloš	5. A	ZSkaBA	0	8	6	9	9	9	4	6	47
11. – 13.	Oskar Hritz	4. B	ZPoliKE	0	9	6	4	9	7	6	9	46
	Soňa Špakovská	6. C	ZTomKe	0	8	9	8	9	9	3	0	46
	Michal Krkoška	6. B	ZKopeHC	0	9	6	9	9	9	4	0	46
14. – 15.	Jakub Farbula	Prima	GAlejKE	0	8	9	9	9	7	3	0	45
	Matej Štencel	6. A	ZŠkolMG	0	8	9	9	7	9	3	0	45
16.	Erik Novák	5. A	ZKro4KE	0	8	6	7	7	9	5	6	43
17.	Peter Rajský	4. A	ZJeséBA	0	5	9	7	5	7	2	9	42
18. – 19.	Viktória Smolárová	5. A	ZOrJase	0	6	7	6	9	7	2	6	41
	Martin Želinský	6. A	ZKro4KE	0	7	8	7	9	8	2	0	41
20.	Tomáš Feciskanin	Prima	GAlejKE	0	9	6	6	9	9	0	0	39
21.	Martin Čabra	5. A	ZStanKE	0	7	5	7	5	9	5	5	38
22. – 24.	Michaela Rusnáková	Prima A	GAlejKE	0	8	-	9	2	9	9	0	37
	Simona Sabovčíková	6. B	ZKro4KE	0	5	5	8	9	6	4	0	37
	Hana Žáková	5. A	ZGTilBA	0	6	3	9	9	7	3	3	37
25. – 27.	Ján Richnavský	6. B	ZKro4KE	0	4	-	8	9	9	6	0	36
	Gabriela Genčiová	6. B	ZKro4KE	0	5	-	9	8	7	7	0	36
	Martin Kánássy	6. B	ZKro4KE	0	4	6	4	9	9	4	0	36
28. – 29.	Jakub Mičko	5. B	ZKro4KE	0	8	-	4	6	8	5	4	35
	Filip Pereš	6. A	ZKro4KE	0	7	3	7	7	9	2	0	35
30. – 31.	Martin Nemjo	Prima	GAlejKE	0	7	5	8	4	9	1	0	34
	Simona Horváthová	6. A	ZKro4KE	0	5	9	4	5	9	2	0	34
32.	Ondrej Ovčár	5. A	ZKro4KE	0	3	4	6	7	7	4	4	32
33.	Matúš Farkaš	Prima	GAlejKE	0	8	5	1	6	9	2	0	31
34.	Ivana Benešová	5. A	ZKro4KE	0	6	2	4	6	9	2	2	29
35. – 37.	Simona Jacková	5. B	ZKro4KE	0	5	-	2	7	9	3	2	28
	Martina Magdošková	Prima A	GAlejKE	0	3	3	2	9	9	2	0	28
	Klára Paľuvová	5. A	ZKro4KE	0	5	4	2	4	9	3	3	28
38. – 40.	Ján Kapráľ	6. C	ZTomKe	0	7	-	6	6	4	3	0	26
	Petra Linetová	4. B	ZŠtefMT	0	1	4	2	8	3	0	8	26
	Natália Péliová	6.	ZJeleNH	0	5	2	5	3	9	2	0	26
41. – 42.	Marek Čižmár	6. B	ZTomKe	0	5	5	4	2	6	3	0	25
	Filip Tumidalský	Prima	GAlejKE	0	6	1	9	0	9	0	0	25
43. – 44.	Kristián Prítoka	Prima A	GAlejKE	0	3	4	3	3	6	2	0	21
	Veronika Belániová	6.	ZJeleNH	0	6	3	4	8	-	0	0	21
45.	Klárka Macková	4. A	ZABerMT	0	2	1	7	0	3	0	7	20
46.	Ľubomír Szojka	6. A	ZSaraLV	0	3	6	2	3	3	2	0	19
47. – 48.	Lenka Šándorová	Prima A	GAlejKE	0	3	4	2	5	3	1	0	18
	Kristína Šedovičová	6. B	ZKro4KE	0	1	5	4	0	5	3	0	18
49.	Samuel Ramšík	4. B	ZŠtefMT	0	2	2	4	1	3	0	4	16
50. – 51.	Tomáš Prielomek	6. A	ZOrJase	0	8	2	-	-	3	-	0	13
	Simona Vrbová	6. A	ZKro4KE	0	0	5	-	0	5	3	0	13
52.	Jakub Šlauka	5. B	ZKro4KE	0	0	6	2	0	3	1	0	12
53.	Veronika Glashütnerová	6. C	ZTomKe	0	3	2	-	1	3	1	0	10
54.	Erik Stach	4. B	ZŠtefMT	0	2	2	1	0	2	0	2	9
55. – 58.	Matúš Hromada	4.	ZSKomj	0	0	0	2	-	3	-	3	8
	Tomáš Pavlík	Prima A	GAlejKE	0	-	-	-	1	7	0	0	8

Poradie	*Meno*	*Trieda*	*Škola*	*Poč.*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*Pr.*	*Súčet*
	Maroš Majerník	6. A	ZŠkolMG	0	3	4	0	0	1	0	0	8
	Jakub Vertaľ	6. B	ZKro4KE	0	-	-	-	0	8	0	0	8
59.	Lilla Maheľová	5. B	ZKro4KE	0	-	-	-	-	7	-	-	7
60. – 62.	Klára Farkašovská	6. C	ZTomKe	0	1	2	2	-	-	-	0	5
	Michal Horňák	5	ZBrančNR	0	1	2	2	0	-	0	0	5
	Viktória Vanyová	5.	ZBrančNR	0	2	2	1	0	0	0	0	5
63.	Daniel Kalina	6. B	ZKro4KE	0	4	-	-	-	-	-	0	4
64.	Matej Škuta	5.	ZSKomj	0	0	1	0	-	2	-	-	3
65.	Ema Štrbáková	6. B	ZOr11ZA	0	0	0	2	0	0	0	0	2

Za podporu a spoluprácu ďakujeme

- Gymnázium Poštová 9, Košice
- Ústav matematických vied, Prírodovedecká fakulta Univerzity P. J. Šafárika, Košice
- Jednota slovenských matematikov a fyzikov, pobočka Košice

Názov: MALYNÁR — korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • apríl • Letná časť 23. ročníka (2013/2014)
Internet: `http://malynar.strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://zdruzenie.strom.sk`
E-mail: `zdruzenie@strom.sk`