KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

MATIK

ČÍSLO **3** — ROČNÍK **21**

INTERNET http://matik.strom.sk

ahoj duše zatratené

trošku Sme vám pohrozili a hneď ste krajšie pOčítali, tak sa náM to páči. snehu máme navôkol nesPočetné množstvo, a tak dúfamE, že si voľný čas užívate nieKde zakopaNí po krk a čakáte až vás kamaráti opäť vykopú - je vÁm zima, sneh máte všAde, už ani Vtipné vám to neprídE... ach, aj vám tak chýba ozajStná zima? aspoň žE sme sa dočkaLi ozajstnÉho *MATIK*a. je celý z papiera, totálne Vodeneodolný, horľavý, krčí sa a je celý len a len váš. nepáčI? veď ty počkAj! len čo pod stromčekom Nájdeš teplé ponožky, soľ do kúpeľa, vOnnú sviečku, Cestovnú zubnú kefku, krém proti vráskam a aby dosť nEbolo, tak aj zdivenú falabellu, Vtedy oceníš kvality nÁšho intelektuálne vycibreného, Maličkého, krásne zaobleného *MATIK*a! dáme vám chvíľku vydýchnuť od Počítania, niektoRých z vás si preklepneme na zimnom sústredení A len čo sa dohodneme, či Je nekonečno párne alebo nepárne, sme tu znovu a pokÚ (ospravedlňujeme sa za chybu v prenose, prosím počkajte...)

VAŠI ORGANIZÁTORI

Vzorové riešenia 2. série úloh

1

opravovali **Hanka Jergušová** a **Alexik Kuncová**

najkrajšie riešenia: Lenka Mareková, Miroslav Remák

17 riešení

a) V tomto prípade si stačilo uvedomiť fakt, že je možnosť stretnúť takú dvojicu, v ktorej bude oportunista a s ním nastáva problém, lebo nevieme určiť presne, kto je kto. Oportunista sa totižto môže tváriť ako idealista rovnako aj ako materialista. Takže sa môže stať, že nech im kladieme hocaké otázky, obaja odpovedajú na vlas rovnako alebo odpovedajú ako materialista a idealista, no jeden z nich je oportunista. Teda, vďaka možnosti oportunistu povedať hocičo, nevieme určiť koho sme stretli, nieto ešte kto je kto.

b) Vieme, že sme stretli idealistu, oportunistu aj materialistu, potrebujeme už len zistiť, kto je kto. Keďže vieme, že otázky sa ich majú týkať, spýtame sa ich niečo ohľadom ich filozofického založenia. Na odpoveď oportunistu sa nemôžeme nijako spoliehať, a tak sa musíme pozrieť ako nám na dané otázky odpovedia idealista (ďalej už ako I) a materialista (ďalej ako M):

1. *Si materialista?* I: *nie*, M: *nie*
2. *Si idealista?* I: *áno*, M: *áno*
3. *Si oportunista?* I: *nie*, M: *áno*

Nie je potrebné pýtať sa ich zložitejšie otázky. Zo zistených odpovedí vidíme, že pri položení 1. a 2. otázky by sme nerozlíšili navzájom ani I a M, preto použijeme 3. otázku. Oportunista môže odpovedať áno aj nie.

No ak odpovie ”áno”, vieme, že jediné ”nie”, ktoré od týchto 3 ľudí zaznelo musí patriť I, lebo ten inak odpovedať ani nemôže a ďalej už môžeme klásť otázky priamo jemu a dostaneme pravdivé odpovede ohľadom filozofického založenia zvyšných 2.
Ak povie ”nie”, vieme, že jediné ”áno”, ktoré zaznelo medzi týmito 3 odpoveďami, musí byť od M, lebo ten musí vždy klamať. Od neho už vieme zistiť filozofické založenie ostatných 2 (pravdaže pomocou klamstiev, ktorých opak však poznáme). V tomto prípade teda vieme presne zistiť, kto je kto.

Komentár. Úloham ako je táto, sa hovorí logické úlohy. Majú svoje finty a rovnako aj pravidlá. Nemôžete sa spoliehať na to, že keď budete danú otázku klásť nespočetne veľakrát, že sa dočkáte ”chyby pri pretvárke” oportunistu za niekoho iného. Rovnako zo zadania nevyplýva, že oportunista strieda svoje odpovede alebo hovorí vždy opak toho, čo hovorí jeho dvojica. . . Jednoducho povedané on nemá ŽIADNE pravidlá, kedy klame a kedy nie, a preto od neho nezistíte nič. Dôležité bolo určiť, kto je kto, nielen kto sa nachádza v danej skupinke ľudí.

2 opravovala **Janka**

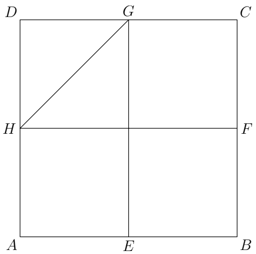
najkrajšie riešenia: Daniel Ondra, Patrik Turzák

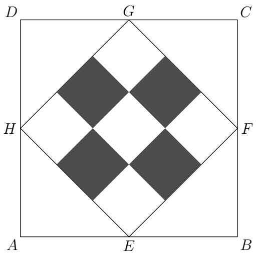
38 riešení

Na začiatku riešenia je dobré si uvedomiť, že štvorec *EFGH* tvorí polovicu z plochy štvorca *ABCD*. Pretože štvorec *ABCD* môžeme rozdeliť na 4 zhodné štvorce. Každý takto vytvorený menší štvorec je uhlopriečkou, t.j. stranou štvorca *EFGH*, rozdelený na dve zhodné trojuholníky. Existuje viacero správnych postupov, ktoré vedú k riešeniu. Pokúsime sa rozobrať dve.

1. riešenie

Podľa zadania je štvorec *EFGH* rozdelený na 9 rovnakých častí. Keďže štovec *EFGH* tvorí polovicu zo štvorca *ABCD*, tak štvorec *ABCD* sa dá rozdeliť na 18 častí. (Štvorcov je celkovo $13 + 8.\frac{1}{2} + 4.\frac{1}{4}$). Teda stačí odpovedať na otázku: Koľko percent tvoria 4 štvorce z 18 štvorcov. A to je $22,222\%$.

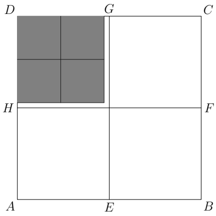




2. riešenie

Tmavá časť štvorca *EFGH* tvorí $\frac{4}{9}$ z plochy *EFGH* a keďže *EFGH* je $\frac{1}{2}$ obsahu *ABCD*, tak tmavá časť reprezentuje $\frac{4}{9}$ z $\frac{1}{2}$ čo je $22,222\%$ o štvorca *ABCD*.

Komentár. Väčšina z vás mala túto úlohu doriešenu do konca, či už jedným alebo druhým spôsobom.



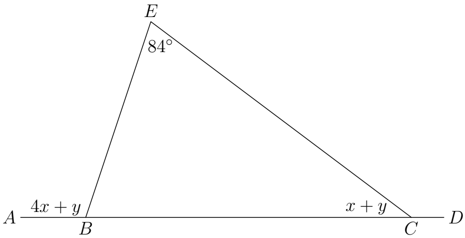
Niektorí urobili chybu pri počiatočných úvahách. Premiestnili vyfarbené časti do jedneho z rohov štvorca *ABCD* a prehlásili, že výfarbená časť tvorí $\frac{1}{4}$ z plochy štvorca *ABCD*. To však, ako vidíte na obrázku, nie je pravda. Zamylime sa nad tým čo by sa stalo keby to bola pravda. Plocha štvorca *EFGH* je polovica z plochy *ABCD*, tak stačí pridať už len 4 časti. Lenže v zadaní stojí, že štvorec *EFGH* je zložený z 9 rovnakých častí, nie 8 ako to vyšlo v našej úvahe. Teda tmavé časti nemôžu tvoriť 25 percent, ale menej. A o koľko menej to je napísané v riešení.

3 opravoval **Robko Hajduk**

najkrajšie riešenia: Tomáš Bendo, Lenka Mareková

25 riešení

Pre prehľadnosť si označme do obrázku informácie zo zadania. Vieme, že



$$|\sphericalangle EBC| + |\sphericalangle EBA| = 180°,$$

teda

$$\begin{aligned}|\sphericalangle EBC| &= 180° - |\sphericalangle EBA| \\ &= 180° - (4x + y)\end{aligned}$$

Teraz už poznáme všetky uhly v trojuholníku *BCE*. Súčet uhlov v trojuholníku *BCE* je 180° a teda $180° = 180° - (4x + y) + (x + y) + 84°$. Postupnými úpravami dostaneme

$$\begin{aligned}180° &= 180° - (4x + y) + (x + y) + 84° \\ 0 &= -(4x + y) + (x + y) + 84° \\ -84° &= -(4x + y) + (x + y) \\ -84° &= -4x - y + x + y \\ -84° &= -3x \\ x &= 28°\end{aligned}$$

Z nerovnosti $|\sphericalangle EBC| < |\sphericalangle ECB|$ dostávame, že $180° - (4x + y) < (x + y)$. Vieme, že $x = 28°$, a teda

$$\begin{aligned} 180^\circ - (4x + y) &< x + y \\ 180^\circ - 4.28 - y &< 28 + y \\ 180^\circ - 112 - y &< 28 + y \\ 180^\circ - 140 &< 2y \\ 40 &< 2y \\ y &> 20 \end{aligned}$$

Z rovnosti $180^\circ = |\sphericalangle EBC| + |\sphericalangle ECB| + 84^\circ$ dostávame

$$\begin{aligned} |\sphericalangle EBC| &= 180^\circ - |\sphericalangle ECB| - 84^\circ \\ |\sphericalangle EBC| &= 180^\circ - x - y - 84^\circ \\ |\sphericalangle EBC| &= 180^\circ - 28 - y - 84^\circ \\ |\sphericalangle EBC| &= 68 - y \end{aligned}$$

Keďže uhol v každom trojuholníku nemôže byť 0 a má to byť celé číslo, takže $y < 67$. Ak si to spojíme dokopy, dostávame

$$20 < y < 68.$$

Celočíselné hodnoty y sú z množiny $\{21, 22, \ldots, 66, 67\}$

Komentár. S úlohou ste si veľmi dobre poradili. Len zopár z vás akosi pozabudlo, že nielen zdola ale aj zhora musí byť hodnota y ohraničená. Len tak ďalej aj pri ďalších úlohách.

4 opravoval **Kubo Jursa** a **Martin "Poli" Polačko**

najkrajšie riešenia: Miroslav Remák, Františk Lami

30 riešení

V zadaní sa hovorí o piatich dvojciferných číslach s rôznymi ciframi. Teda musia byť použité všetky cifry (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).

Pozrime sa na 0. Nemôže byť na mieste desiatok v žiadnom z čísel, lebo potom by toto číslo nebolo dvojciferné. Nemôže byť ani na mieste jednotiek v číslach domov Tomáša, Adi ani Lucie, lebo tieto čísla majú byť prvočísla (číslo s 0 na mieste jednotiek je určite deliteľné 2 a 5). Ostali nám miesta na mieste jednotiek v súčte a rozdieli čísel domov Tomáša a Adi. Ak by bola 0 na mieste jednotiek v rozdieli museli by sa čísla domov Tomáša a Adi končiť rovnakou číslicou, čo zo zadania nemôžu. Teda 0 musí byť na mieste jednotiek v súčte.

Teraz je už úloha jednoduchá. Prvočísla sa končia iba na čísla 1,3,7,9 (okrem 2 a 5). Máme dve možnosti: jedno číslo bude končiť na 1 a druhé na 9 alebo jedno na 3 a druhé na 7. Vypíšeme si ich do dvoch stĺpcov a skúšame kombinácie.

Prvočísla končiace na 1 sú 11, 31, 41, 61, 71 a na 9 sú 19, 29, 59, 79, 89. Prvočísla 11 a 19 škrtneme (opakuje sa jednotka). Potom môžeme škrtnúť aj 89, 79, 71. (Ich súčet s momentálne najnižším číslom z druhého stĺpca nie je nižší ako 100.)

Ostali (31,41,61) a (29,59). Možné dvojice sú (29, 31), (29, 41), (29, 61), (31, 59), (41, 59), (59, 61). Ani jedna dvojice nevyhovuje zadaniu, nakoľko

$$
\begin{aligned}
31 - 29 &= 2 && \text{(nie je dvojciferné)}\\
31 + 59 &= 90 && \text{(opakuje sa 9)}\\
41 - 29 &= 12 && \text{(opakuje sa 1 a 2)}\\
41 + 59 &= 100 && \text{(trojciferné)}\\
61 - 29 &= 32 && \text{(opakuje sa 2)}\\
61 + 59 &= 120 && \text{(trojciferné)}
\end{aligned}
$$

Teda z kombinácie prvočísel končiacich na 1 a 9 neexistuje žiadne riešenie. Pozrime sa teda na kombináciu 3, 7. Prvočísla končiace na 3 sú 13, 23, 43, 53, 73, 83 a končiace na 7 sú 17, 37, 47, 67, 97.

Opäť najprv niečo poškrtáme a zvyšok overíme. Vyškrtneme prvočísla 97, 83 (ich súčet s momentálne najnižším číslom z druhého stĺpca je 100 a viac), 37 (obsahuje cifru 3 ako všetky čísla v ľavom stĺpci), 73 (obsahuje cifru 7 ako všetky čísla v pravom stĺpci). Ostali nám teda prvočísla (13,23,43,53) a (17,47,67). Z nich vynecháme dvojice (13, 17) a (43, 47), nakoľko majú rovnakú cifru. Ostane nám desať dvojíc na otestovanie. Okrem dvojice (13, 67), tieto dvojice nevyhovujú zadaniu, nakoľko

$$
\begin{aligned}
23 - 17 &= 6 && \text{(nie je dvojciferné)}\\
43 - 17 &= 26 && \text{(opakuje sa 6)}\\
53 + 17 &= 70 && \text{(opakuje sa 7)}\\
47 - 13 &= 26 && \text{(opakuje sa 6)}\\
23 + 47 &= 70 && \text{(opakuje sa 7)}\\
53 + 47 &= 100 && \text{(trojciferné)}\\
67 - 23 &= 44 && \text{(opakujú sa 4)}\\
43 + 67 &= 110 && \text{(trojciferné)}\\
53 + 67 &= 120 && \text{(trojciferné)}
\end{aligned}
$$

Pozrime sa na dvojicu (13, 67). Ich súčet je $13 + 67 = 80$ a rozdiel $67 - 13 = 54$. A teda nepoužité cifry ktoré ostali, sú 2 a 9 a Prvočíslo z týchto cifier je 29.

Teda číslo Luciinho domu je 29. Zároveň sme ukázali, že iné riešenie neexistuje (vylúčili alebo vyskúšali sme všetky osatné kombinácie).

Komentár. Úloha Vám poväčšine nerobila problémy, ale mnohí z Vás, keď našli prvé riešenie skončili alebo napísali vetu: vyskúšal som všetky osatné možnosti a iné riešenie to nemá. Bohužial sme za takéto riešenia nemohli udeliť plný počet bodov, lebo môžeme hodnotiť iba to čo máme na papieri. Ešte jedna poznámka: číslo 05 nie je dvojciferné.

5 opravovala **Katka Povolná**

najkrajšie riešenia: Martin Vodička, František Lami

31 riešení

Úlohu sme si mohli vysvetliť dvojakým spôsobom a to:
a) máme istý počet kociek a z týchto koniec *naraz* vytvorí 9 rôznych obdĺžnikov
b) máme istý počet kociek a z týchto všetkých kociek *postupne* vytvoríme 9 obdĺžnikov
Ďalší háčik bol v tom, či štvorec je skutočne obdĺžnik alebo nie. Takto máme celkom štyri rôzne varianty riešenia. Ale my sa pre zdĺhavosť riešenia budeme zaoberať len dvoma z nich a to podľa toho ktoré ste skôr počítali. Nad zvyšnými dvoma môžete pouvažovať sami. My si rozoberieme možnosť *a* za podmienky, že štvorec obdĺžnikom nie je a možnosť *b* s podmienky, že štvorec obdĺžnikom je. Teraz, keď sme si podmienky zadania objasnili, poďme na samotné riešenia.
a) Najmenší možný obsah, ktorý by obdĺžnik mohol mať je 1. Keďže jednotka má len jediného deliteľa a tým je 1, tak existuje jediný možný obdĺžňik a to o rozmeroch 1×1. Ale pozor! Toto obdĺžnik nie je, to je jednoznačne štvorec, útvar pre nás nepoužiteľný. Čo už, ideme ďalej. Ďaľším možným obsahom je dvojka. Táto už má ale deliteľov dvoch a to 1 a 2. Takže obdĺžniky budú vyzerať takto: 1×2, 2×1. Obe vyhovujú, ideme ďalej.
A čo delitele trojky? Tie nám poskytnú obdĺžniky rozmerov 1×3 a 3×1. To už máme celkom štyri obdĺžniky ale potrebujeme ich 9.
Takže čo nám povedia delitele čísla 4, ktorými sú 1,2,4. Tu si musíme uvedmomiť, že znova máme len dva obdĺZniky a to 1×4 a 4×1, lebo útvar o rozmeroch 2×2 je štvorcom a nie obdĺžnikom. Ďaľším najmenším obsahom je 5. Z toho nám vypadnú tieto obdĺžniky: 5×1, 1×5. To už celkovo máme 8 obdĺžnikov, teda nám stačí už len jeden s obsahom 6. Použijeme napríklad tento: 6×1. Pred nami už je posledná úloha a to určiť počet potrebných kociek:

$$2 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 3 \times 1 + 1 \times 4 + 4 \times 1 + 1 \times 5 + 5 \times 1 + 6 \times 1 = 34$$

Jožko potrebuje 34 kociek stavebnice.
b) Úlohu si trošku preformulujeme. Hľadáme číslo, ktoré má 9 rôznych deliteľov. Ďalej si musíme uvedomiť čo znamená, že číslo má nepárny počet deliteľov. A čo to teda znamená? Že hľadané číslo je druhou mocninou nejakého čísla. Prečo? Stačí si uvedomiť, že ak máme x^2, tak jeho jedným z deliteľov je x. Potom vieme, že hocijaký deliteľ menší ako x, ktorý nazveme m, má svoju dvojicu (dvojicou chápeme číslo $\frac{x^2}{m}$, čo bude určite viac ako x, lebo ak $m = x$ tak aj $\frac{x^2}{m} = x$ a tu to už asi vidite prečo.
Tým sme chceli poukázať na to, že týchto čísel, teda deliteľov x^2 okrem x, bude párne počet, lebo celú dobu hovoríme o dvojiciach. A párne číslo plus nepárne je nepárne číslo. To bolo k tomu, že druhé mocniny čísel majú nepárny počet deliteľov.

Teraz si vypíšeme mocniny niektorých prvých čísel a do zátvorky dáme delitele tej mocniny:

$$\begin{aligned}
1^2 &= 1, \quad (1)\\
2^2 &= 4, \quad (1, 2, 4)\\
3^2 &= 9, \quad (1, 3, 9)\\
4^2 &= 16, \ (1, 2, 4, 8, 16)\\
5^2 &= 25, \ (1, 5, 25)\\
6^2 &= 36, \ (1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36) \rightarrow \text{ má 9 deliteľov}
\end{aligned}$$

Ale pozor, to ešte nie je všetko. Čo ak existuje niejaké menšie číslo, hoci s párnym počtom deliteľov, ale s ich väčším počtom. Musíme to overiť. Takže aké čísla budú menšie? Vieme, že všetky čísla sa dajú napísať cez ich prvočíselný rozklad.
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
Menšie čísla budú :
1. čísla s prvočíselným rozkladom $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ alebo $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
2. čísla ktorých prvočíselný rozklad sa skladá zo súšinu troch alebo menej čísel.
Rozoberme si obe možnosti.
1. Číslo s prvočíselným rozkladom $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ je 24 a to má delitele 1,2,3,4,6,8,12,24. Ale to je len 8 deliteľov teda nevyhovuje.Číslo s prvočíselným rozkladom $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ je 16 a to má len 5 deliteľov (1, 2, 4, 8, 16). Ani jedno z čísel nevyhovuje.
2. Ak sa prvočíselný rozklad bude skladať zo všetkých rôznych čísel tak číslo, ktoré zodpovedá tomuto rozkladu, bude mať viac deliteľov ako číslo, ktoré má niektoré delitele rovnaké. (ak hovoríme o číslach s rovnakým počtom čísel pri prvočíselnom rozklade) Budeme uvažovať, že x

- má prvočíselný rozklad $x = a \cdot b \cdot c$, pričom a, b, c sú rôzne. Z toho vyplýva, že číslo x má delitele $1, a, b, c, a \cdot b, a \cdot c, b \cdot c, a \cdot b \cdot c$. Ale bohužiaľ to je len 8 deliteľov, čo je málo.
- má prvočíselný rozklad $x = a \cdot b$, kde a, b sú rôzne. Číslo x má delitele $1, a, b, a \cdot b$. To sú len štyri delitele, čo je málo.
- má prvočíselný rozklad $x = a$. Čo znamená, že x má jedného deliteľa (ak $x = 1$) alebo dvoch deliteľov (ak $x \neq 1$).

Navyše vo všetkých prípadoch platí, že ak čísla prvočíselného rozkladu sú niektoré rovnaké potom tých deliteľov je ešte menej. Preto s určitosťou môžeme povedať, že najmenšie číslo vyhovujúce podmienkam je 36.

Komentár. V zadaní úlohy sme chceli podotknúť, že obdĺžnik 5×7 a obdĺžnik 7×5 sú dva rôzne obdĺžniky. Ale, ako ste si všimli, po prečítaní zadania to nebolo až tak jasné. Nič iné nám neostávalo ako obe moňosti vysvetlenia si zadania uznať. Úloha sa potom dala pochopiť ďalšími dvoma rôznymi spôsobmi. To sme spomínali už v samotnom riešení úlohy. Obidve možnosti hodnotili plnými počtami bodov.

Nakoniec by sme chceli podotknúť, že body nešli dole ani za to, či ste štvorec za obdĺžnik pokladali alebo nie. V podstate obe možnosti sú správne, je to len vec dohody. Zároveň sa vám chceme ospravedlniť takejto zlej formulácii úlohy sa do budúcna pokúsime vyvarovať. Veď aj my sme len ľudia.

6 opravoval **Marek Derňár**

najkrajšie riešenia: František Lami, Lenka Mareková

22 riešení

Najprv by sme sa mali zamyslieť, čo nám vlastne hovorí zadanie úlohy. Máme zistiť, či spomedzi druhých mocnín všetkých prirodzených čísel (obsahy štvorcov s celočíselnou dĺžkou strany) existuje ešte okrem 1 a 9 také, ktorého všetky cifry budú nepárne.

Vypíšme si prvých zopár druhých mocnín:

$1 \cdot 1 = 1$	$8 \cdot 8 = 64$
$2 \cdot 2 = 4$	$9 \cdot 9 = 81$
$3 \cdot 3 = 9$	$10 \cdot 10 = 100$
$4 \cdot 4 = 16$	$11 \cdot 11 = 121$
$5 \cdot 5 = 25$	$12 \cdot 12 = 144$
$6 \cdot 6 = 36$	$13 \cdot 13 = 169$
$7 \cdot 7 = 49$	$14 \cdot 14 = 196$

Vidíme, že pre týchto pár čísel tvrdenie naozaj platí. Teraz to musíme ukázať pre všetky čísla. Pozrime sa na to, že kde by sa tá párna cifra mohla nachádzať. Vidíme, že sa nachádza buď na mieste jednotiek alebo na mieste desiatok. Pokiaľ však umocníme nejaké číslo na druhú, tak čísla na mieste desiatok aj jednotiek druhej mocniny budú závisieť iba od čísel na mieste jednotiek a desiatok v umocňovanom čísle. (napr. $23 \cdot 23 = 529$, $123 \cdot 123 = 15129$, $223 \cdot 223 = 49729$) Prečo tomu je tak zistíte, keď si tieto čísla medzi sebou skúsite roznásobiť. Čiže pokiaľ by sme vypísali všetky možnosti od 1 po 100 (druhé mocniny čísel od 1 po 100) a v každej z nich by nám vyšlo, že číslica na mieste jednotiek alebo desiatok je párna, tak tvrdenie máme dokázané. Komu by sa však všetky tieto možnosti chcelo vypisovať, skúsme si ich počet nejako zmenšiť.

Pokiaľ by sme umocnili nejaké párne číslo na druhú, tak máme párne $\cdot$ párne $=$ $=$ párne, čiže potom druhá mocnina bude obsahovať párnu cifru (bude na mieste jednotiek). Takže nám stačí uvažovať o nepárnych číslach. Čiže počet možností sa nám zmenšil na 50. Stále je to však dosť veľké množstvo možností, takže sa skúsme pozrieť trošku bližšie na umocnenie nepárneho čísla. Označme si ho x a jeho cifry ako a, b (a je cifra na mieste desiatok a b je cifra na mieste jednotiek, pričom b je nepárne). Číslo má potom tvar $10a + b$. Skúsme ho umocniť:

$$x^2 = (10a + b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2$$

Keďže b je nepárna cifra, tak b^2 bude mať na mieste desiatok cifru párnu (už sme si vypísali, že $1^2 = 1$, $3^2 = 9$, $5^2 = 25$, $7^2 = 49$, $9^2 = 81$). No a číslo $20ab$ je číslo párne (dokonca končiace nulou) a keď k nemu pripočítame párne číslo,

dostaneme opäť číslo párne. Ale potom sme ukázali, že cifra na mieste desiatok je určite párna (skúste si umocniť takýmto spôsobom nejaké konkrétne dvojciferné číslo, pri tom princíp pochopíte lepšie).
Z tohto zdôvodnenia by sa však mohlo zdať, že to musí platiť pre všetky čísla. Prečo to potom pre 1 a 9 neplatí? Je to kvôli tomu, že my sme pre nepárne mocniny ukázali, že budú mať párnu číslicu na mieste desiatok. No a iba čísla 1 a 9 z nepárnych mocnín prirodzených čísel číslicu na mieste desiatok nemajú, keďže sú jednociferné.

Komentár. Mnohí úlohu riešili tak, že si vypísali zopár prvých čísel, a potom prehlásili, že je to naozaj pravda. My sme to však mali dokázať pre mocniny všetkých prirodzených čísel, takže takáto úvaha nie je správna. Tých prvých pár čísel by nám však malo trošku napovedať ako sa to správa (čiže keď umocníme párne číslo, dostaneme číslo s párnou číslicou na mieste jednotiek a keď umocníme nepárne číslo dostaneme číslo s párnou číslicou na mieste desiatok). Potom nám stačí tieto naše ešte nedokázané tvrdenie dokázať a úlohu máme vyriešenú.

Poradie po 2.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	P	CS
1.	František Lami	8. C	ZNov2KE	54	9	9	9	9	9	9	9	**108**
2.	Martin Vodička	Tercia	GAlejKE	54	9	9	9	7	9	8	9	**107**
3.	Jozef Lami	9. A	ZNov2KE	54	9	9	9	9	9	7	0	**106**
4. – 5.	Lenka Mareková	7. A	ZKro4KE	50	9	9	9	6	9	9	9	**104**
	Denisa Semanišinová	Tercia	GAlejKE	50	7	9	9	9	9	9	9	**104**
6.	Patrik Turzák	7. A	ZKro4KE	53	6	9	8	4	9	2	9	**98**
7.	Berenika Tužilová	7. A	ZKro4KE	53	9	9	9	6	-	-	9	**95**
8.	Júlia Lengvarská	8. B	ZHutnSN	36	-	9	9	9	9	9	9	**90**
9. – 10.	Jakub Kireš	9. B	ZStanKE	42	-	9	6	3	9	7	0	**76**
	Jaroslav Petrucha	Tercia	GMetoBA	49	-	9	9	-	-	-	9	**76**
11.	Veronika Vašková	9.C	ZDargHE	33	2	7	9	9	9	3	0	**72**
12.	Daniel Ondra	7. A	ZKro4KE	32	1	9	2	9	6	3	9	**70**
13.	Iveta Lederová	8. B	ZKro4KE	42	-	9	3	6	9	-	-	**69**
14. – 16.	Ján Jursa	7. A	ZKro4KE	35	-	9	-	5	8	-	9	**66**
	Alexandra Dupláková	7. A	ZKro4KE	31	4	7	-	6	9	-	9	**66**
	Vladimír Geľo	Kvarta	ZŠverSV	40	-	7	9	3	5	2	0	**66**
17.	Viktória Baranová	7. A	ZKuzmic	33	2	9	-	-	7	5	9	**65**
18. – 19.	Miroslav Stankovič	7. A	ZKro4KE	31	-	8	-	6	9	-	9	**63**
	Ivana Gašková	Kvarta	GAlejKE	36	-	8	-	9	9	1	0	**63**
20.	Zuzana Takáčová	8. A	ZRehoKE	39	-	9	-	7	-	2	-	**57**

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	P	CS
21.	Richard Pisko	8. A	ZKro4KE	36	-	8	9	-	3	-	-	**56**
22. – 23.	Filip Sakala	9. C	ZDargHE	26	-	8	-	6	9	6	0	**55**
	Viktor Futó	8. A	ZBrusKE	29	-	9	9	8	-	-	-	**55**
24.	Miroslav Remák	Tercia	GAlejKE	0	9	7	9	9	8	9	9	**53**
25.	Michal Bertko	Tercia	GAlejKE	0	9	7	5	9	9	-	9	**48**
26.	Jakub Dopirák	7. A		25	0	0	4	0	8	1	8	**46**
27.	Viliam Ševc	Tercia	GAlejKE	0	-	9	9	9	9	-	9	**45**
28.	Natália Nosálová	7. A	ZKomeSV	17	1	2	-	3	9	2	9	**43**
29.	Viktória Valachová	7. A		35	-	-	-	-	-	-	-	**35**
30.	Zuzana Titková	Tercia	GAlejKE	0	2	9	6	6	-	2	9	**34**
31.	Daniel Till	9. A	ZAngeKE	33	-	-	-	-	-	-	0	**33**
32.	Tomáš Majerník	Tercia	GAlejKE	0	-	7	-	5	9	2	9	**32**
33.	Michal Beca	Tercia	GAlejKE	0	-	7	3	2	9	0	9	**30**
34.	Tomáš Bendo	Tercia	GAlejKE	0	-	9	9	-	-	-	9	**27**
35.	Maroš Lukáč	8. B	ZKuzmic	10	-	1	-	2	9	-	-	**22**
36. – 38.	Zuzana Zitková	Tercia	GAlejKE	0	-	-	-	-	9	-	9	**18**
	Dávid Kancián	Tercia	GAlejKE	0	-	9	-	-	-	-	9	**18**
	Anna Podracká	Tercia	GAlejKE	0	-	-	-	-	9	-	9	**18**
39.	Ema Garajová	Tercia	GAlejKE	0	-	7	-	-	-	-	7	**14**
40. – 41.	Mária Takáčová	8. A	ZRehoKE	10	-	-	-	-	-	-	-	**10**
	Dávid Hriadel	Tercia	GAlejKE	0	-	-	5	-	-	-	5	**10**
42.	Kamil Butala	8. A	ZHrnčSP	7	1	0	0	0	0	1	0	**9**
43.	Dominika Todáková			8	-	-	-	-	-	-	-	**8**
44.	Marek Klein	Tercia		0	-	0	-	-	2	-	2	**4**
45.	Katarína Knapová	8. A	ZRehoKE	3	-	-	-	-	-	-	-	**3**
46.	Martina Bartschová	8. B	ZKuzmic	0	-	1	-	-	-	-	-	**1**

Poradie LOMIHLAVu

B. je bonifikácia družstva, **Pr.** sú body za príklady, **H1.** sú body za hlavolamy, **H2.** sú body za hádanky, a **Cs.** je celkový súčet bodov.

P.	Názov školy	Účastnici	B.	Pr.	H1.	H2.	Cs.
1.	G Alejová, KE	Vodička, Spišáková, Podracká, Remák	4	52	5	5	66
2.	ZŠ Šmeralova 25, PO	Mizeráková, Cimermanová, Bujňák, Strnad	4	28	4	1	37
3.	ZŠ Šmeralova 25, PO	Daniláková, Dupej, Šimko, Andraščík	0	30	3	3	36
4.	G Alejová, KE	Semanišinová, Trembecký, Hlaváčik, Garajová	4	25	1	5	35
5.	ZŠ Šmeralova 25, PO	Lukáček, Schichman, Mikloš, Repko	4	27	1	2	34
6.	ZŠ Bernolákova 16, KE	Bosáková, Bosák, Lapár, Peťko	4	25	2	2	33
7.	ZŠ Kežmarská 28, KE	Humeňanský, Čurilová, Daboczi, Piskorová	0	22	5	2	29

P.	Názov školy	Účastnici	B.	Pr.	H1.	H2.	Cs.
8.	ZŠ-Grundschule, GE	Gánovský, Beluško, Fabiny, Slovinský	4	18	3	3	28
9.	ZŠ Hutnícka 16, SNV	Hennel, Hardoň, Marečák, Slouka	4	26	-1	-2	27
10.	ZŠ Juhosl. 2, KE	Onderko, Liščinský, Olejnáková, Zakuťanská	5	17	3	2	27
11.	ZŠ Bruselská 18, KE	Szepešiová, Kimáková, Solárik, Vodila	3	18	1	1	23
12.	ZŠ Kežmarská 28, KE	Friga, Murín, Pecer, Kimák	2	18	3	-1	22
13.	ZŠ Staničná 13, KE	Gajdošová, Sýkora, Kuchárová, Ndiaye	6	13	2	0	21
14.	ZŠ Komen. 587/15, PP	Pitoňák, Popovičová, Masár, Pitoňáková	4	12	2	3	21
15.	ZŠ Bernolákova 16, KE	Šantová, Horváth, Valent, Homa	4	11	3	3	21
16.	ZŠ Abovská 36, KE	Makajiová, Kočková, Vargová, Géci	4	10	3	2	19
17.	ZŠ Užhorodská, KE	Sedláčeková, Rabíková, Ščerbáková, Gombošová	3	14	-1	2	18
18.	ZŠ Krymská 5, MI	Šoltýnsky, Hirjak, Pallai, Savinec	4	12	0	1	17
19.	ZŠ Sibírska 42, PO	Soporská, Šinecká, Opiela, Mikita	5	11	2	-1	17
20.	ZŠ Nejedlého, SNV	Kubus, Beňa, Jaroš, Kožuško	2	12	2	0	16
21.	G Alejová, KE	Kapustová, Bubánová, Mariščák, Chmelař	0	11	1	4	16
22.	CZŠ Ždaňa	Kokardová, Hegedush, Zlaczki, Miko	4	11	1	0	16
23.	ZŠ Komen. 587/15, PP	Pokrivková, Kroláková, Ilčíková, Dugasová	4	12	3	-4	15
24.	ZŠ L. Novom. 2, KE	Lami, Dudrík, Filčák, Hrušovská	2	10	3	-1	14
25.	ZŠ Pod Vinbarg. 1, BJ	Šellongová, Hriceňáková, Vasilišin, Mačej	6	1	5	2	14

Celé poradie LOMIHLAVu nájdete na stránke *http://matik.strom.sk*

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

PERGAMON

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 3 • Zimná časť 21. ročníka (2007/08) • Vychádza 18. decembra 2007
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`