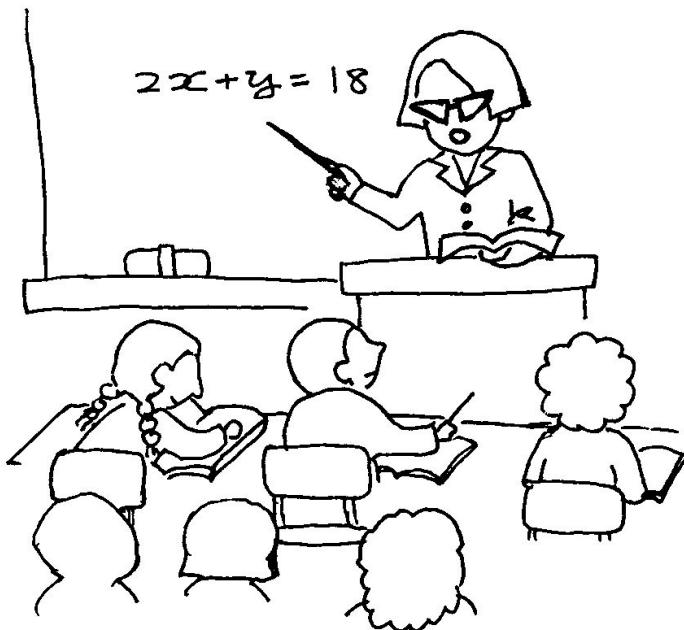


MATIK

ČÍSLO 4 — ROČNÍK 22

KOREŠPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

INTERNET <http://matik.strom.sk>



Ahojte...

A sme doma. Máme po sústredku a veríme, že sa páčilo aj vám. Aj zima sa nám pomaly, ale isto končí. Okrem pekného počasia iste očakávate aj novú, letnú časť *MATIKa*. Opäť sme si pre vás pripravili sériu úloh a pokračovanie príbehu o Ferovi na tábore. Tak dúfame, že sa vám bude páčiť. Začíname všetci pekne od nuly, takže sa snažte, aby sme sa mohli vidieť na letnom sústredku.

Vaši vedúci *MATIKa*

Piškvôrky

Kedže ste od posledného ťahu s druhou sériou neposlali ďalší ťah, zopakujeme aký je stav našej hry. Váš posledný ťah (krúžok) bol na *III – c – 2*, my sme sa rozhodli ťahať (krížik) na políčko *I – a – 4*.

Pre istotu ešte zopakujem, o čo vlastne ide. Hrací plán, ktorý máš pred sebou, zobrazuje poschodia kocky premietnuté do roviny (ked' sa pozrieš na kocku z vrchu uvidíš vrchné poschodie označené *IV*, ak ho odtrhneš uvidíš poschodie číslo *III*, pod ním je poschodie *II* a úplne na spodku poschodie označené *I*). Tvojim cieľom je hrať (dávať krúžky) tak, aby ste vy riešitelia mali celú štvoricu krúžkov ležiacich na jednej priamke, teda vedľa seba, pod sebou alebo na uhlopriečke kocky či niektornej stene alebo rezu). Zároveň sa snažíte zabrániť tomu, aby takúto štvoricu vytvorili vedúci pomocov krížikov (inak povedané vyhráva ten, kto ako prvý takúto štvoricu vytvorí). S každou sériou môžeš poslať ťah, ktorý by si urobil ty za riešiteľov, teda kam by si ďalší krúžok umiestnil ty. Možeš ho zakresliť, alebo zapísat' v tvare (x, y, z) kde x je vrstva kocky (*I, II, III, IV*), y je stĺpec danej vrstvy (*a, b, c, d*) a z je riadok danej vrstvy (*1, 2, 3, 4*). Ak ti toto nie je úplne jasné, pozri si prvé číslo *MATIKa*, kde je táto hra podrobnejšie popísaná. Hlavne nebud' ľahostajný k tejto hre a nenechaj nás vyhrať, pretože aj tvoj ťah môže zmeniť výsledok hry. Tak hor sa hrať piškôrky!

IV.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td></td></tr> </table>					4					3					2					1	a	b	c	d	
				4																						
				3																						
				2																						
				1																						
a	b	c	d																							
III.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td>O</td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>O</td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td></td></tr> </table>					4		O			3			O		2					1	a	b	c	d	
				4																						
	O			3																						
		O		2																						
				1																						
a	b	c	d																							
II.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>X</td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td></td></tr> </table>					4			X		3					2					1	a	b	c	d	
				4																						
		X		3																						
				2																						
				1																						
a	b	c	d																							
I.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td>X</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>a</td><td>b</td><td>c</td><td>d</td><td></td></tr> </table>	X				4					3					2					1	a	b	c	d	
X				4																						
				3																						
				2																						
				1																						
a	b	c	d																							

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár *MATIK* je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka ZŠ, tercie a kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár). *MATIK* prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej časti vyjdú postupne dve série po 6 úloh. Riešenia tých úloh, ktoré sa Ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My ich opravíme, obodusieme a zostavíme poradie

všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu, v ktorom nájdeš správne riešenia, poradie i zadania novej série, dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a umiestniš sa v celkovom poradí po dvoch sériach do 30. miesta, čaká Ča odmena, ktorá stojí za to. Môžeš sa tešíť na týždňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Ďalších dvoch účastníkov sústredenia vyžrebujujeme spomedzi riešiteľov, ktorí v každej sérii získali aspoň 5 bodov. Tak hor sa do toho!

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci, kvarta: všetky vyriešené úlohy

ôsmaci: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

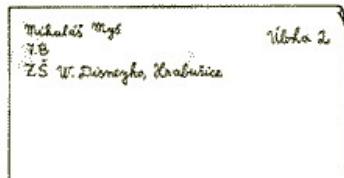
siedmaci, tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh
Sekunda, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za $3, 2, 4, 1, 5$ a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + \underline{2} + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + \underline{5} + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

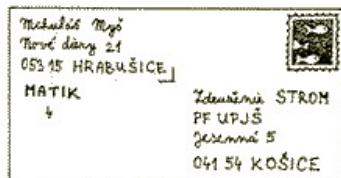
Ako písat' riešenie? Úlohy rieš samostatne a **neodpisuj** (za odpisovanie budeme strhávať body). Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí; Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobny **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadani odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

Zdroženie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uved' výrazne „MATIK“ . K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kopiu). Obálka s riešeniami je niekedy ľažšia, preto sa nečuduj, keď budeš musieť na pošte platiť viac. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, riešenia s dátumom poštovej pečiatky po termíne nebudeme opravovať.



Riešenie



Obálka

A ináč ... Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo Ča zaujíma

niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, keď nám pošleš vlastný príspevok do časopisu, alebo napíšeš len tak, ako sa Ti páči *MATIK*. Poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „*MATIK*“.

Zadania 1. séria úloh

Úlohy pošlite najneskôr **16. marca 2009**

Ako som si myšiel, vedúci boli strašne radi, keď som sa vrátil živý a zdravý. No áno, na druhej strane ma chceli zahlušiť, ale povedali si, že nakoniec to dobre dopadlo, tak sa nebudú stresovať. Najest' som ale nedostal, lebo som zmeškal raňajky. Akoby to nestačilo, vedúci zahľásili, že teraz budú prednášky. No super, matika. Som zvedavý, či to bude taká nuda ako v škole. Prednášku mal týpek s dlhým három... taký, akého by ste fakt neprehliadli. Začal točiť niečo o deliteľnosti čísel. Zo začiatku mi všetko pripadalo jasné, no časom na nás začal vytŕahovať také finty, že som nechápal. Zo zamyslenia ma vytrhol až jeho hlas, keď povedal: „Túto úlohu určite bude vedieť Fero.“ Asi som sa zatváril dosť hlúpo, lebo týpek povedal, že mi tú úlohu zopakuje.

Úloha 1. Z cifier 1, 2 a 4 sme vytvorili všetky štvorciferné čísla. Kol'ko z týchto čísel je deliteľných tromi? (Cifry sa môžu opakovať, nie je nutné použiť každú z nich.)

Ostatní na mňa pozreli v očakávaní. Nechcel som sa ešte viac stráپňovať. Ved' dnes som bol už dosť zaujímavý, keď som sa stratil. Tak som sa tváril, že počítam... „Trinásť?“ „Skoro.“

No nič. Druhá prednáška bola lepšia, preberali sa na nej počítačové hry. Prvý krát som sa tam necítil mimo. Chalan mal o hrách celkom slušný prehľad, ale ako sa ukázalo, bol to zas len záludný úskok ako nás nalákať na matiku, čo nevyzerá ako matika. Nenápadne nadhodil problém jednej svojej hry.

Úloha 2. „V mojej počítačovej hre je úlohou získať čo najväčší počet bodov. Ak nájdeš diamant, získaš 9 bodov a ak rubín, tak 5. Aký najväčší počet bodov sa nedá získať a prečo?“

To bolo celkom zaujímavé a keď je toto matika, tak uznám, že sa na niečo dá použiť. Už sa mi to pomaly začínať páčiť, keď v tom zrazu prednášky skončili a vedúci povedali, že sa ide von zahrať si nejaké športy. Športy mám rád, netreba pri nich veľ'mi rozmýšľať. Vo futbale som bol vždy najlepší. Lenže to, čo sme hrali tu, neboli žiadne futbal. Už samotný názov Krvbal neveští nič dobré. Keď nám vedúci povedali pravidlá, všetci chlapci badateľne zbledli. Sporný bod pravidiel bol ten, že dievčatá mali krvbal hrať ako kontaktný a chlapci ako nekontaktný šport. Napriek veľkej chlapčenskej diskriminácii som začal hrať. Po chvíli hrания ma jedno milé dievča menom Danka udrelo do tváre. Ucítil som pálčivú bolest' v nose, ale krv mi tieč' nezačala. Nakoniec som hrdinsky dohrál zápas a vedúci zvolali: „Obeeeeeed!“ Konečne sa najem. Ved' človek žije, aby jedol. Po toľkom športovaní som teda riadne vyhladol. Ešte že nám dali rezne. Mňam.

Normálne sa mi tá matika začínala páčiť. Tak som si začal všímať obrus na stole, za ktorým som jedol. Stôl mal tvar pravidelného osemuholníka $ABCDEFGH$. Ked' som v hlave pospájal niektoré jeho vrcholy, viaceré zo vzniknutých trojuholníkov sa mi zdali byť rovnoramenné.

Úloha 3. Označme X priesečník úsečiek AE a HC .

a) Dokážte, že trojuholník AXH je rovnoramenný.

b) Dokážte, že aj trojuholník XCE je rovnoramenný.

c) Vymenujte ešte tri ďalšie rovnoramenné trojuholníky, ktorých vrcholy sú niektoré z bodov A až H , a pritom žiadne dva nie sú navzájom zhodné (a ani nie sú zhodné so žiadnym z trojuholníkov z časti a). a b.).

Po výdatnom obede nám vedúci oznámili, že ďalej bude náboj, čo má byť nejaká matematická súťaž. A ja som si už myslel, že na dnes sme s matematikou skončili. No kdesi v híbke som sa aj potešil. Prezrel som si príklady, ktoré sme dostali. Všetky vyzerali dosť tăžko, ale chcel som to skúsiť. Som predsa chlap, tak nejaký predsa musím dat. Zobral som si jeden a pozorne ho prečítať.

Úloha 4. Martin má z matematiky rôzne známky, ktorých aritmetický priemer je $\frac{7}{3}$.

Päťorku nemá ani jednu. Zato jednotky tvoria $\frac{1}{3}$ a dvojky $\frac{1}{5}$ všetkých jeho známok z matematiky. Kol'ko má štvorák, ak má 8 troják?

Výborne. Konečne skončil náboj. Úlohu som sice riešil skoro celý čas, ale vyriešil som ju. O 10 minút sa nám ževraj začínajú dajaké šarády. Síce neviem, čo to je, ale nie je to matematické - yes! Nakoniec mi vysvetlili, čo sú to tie šarády. Mali sme potichu rukami a nohami ukazovať nejaké slová. Najprv sme nevedeli ako na to, ale postupne sa nám to začalo daríť. Ked' mala Danka vyšarádiť „naprogramovaný včielka Maja“ tak sme sa na tom fakt nasmiali a šarády sa mi začali páčiť. Vlastne ani nie tak tie šarády, ako samotná Danka. Tak som si ju začal všímať. Zdala sa mi veľmi inteligentná, tak presne preto sa mi páčila ešte viac. Takéto dievča som už dávno nestretol. Po skončení šarád som sa s ňou dal do reči. Ukázala mi zaujímavú kocku. Bola to vlastne len kostra kocky. Vrcholy kocky tvorili malé umelohmotné guličky, z ktorých niektoré boli žlté, niektoré oranžové, a ďalšie zas hnedé. Hrany kocky boli tvorené drevenými paličkami.

Úloha 5. Hrany kocky boli dlhé 1 dm. Dokážte, že bez ohľadu na to, ako boli rozmiestnené farby na jednotlivých vrcholoch, vždy sa dá nájsť aspoň jedna dvojica vrcholov kocky rovnakej farby vo vzdialosti väčšej ako 14 cm.

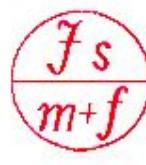
Potom nám povedali, že teraz bude nasledovať strašidelná hra, v ktorej budeme musieť dokázať svoju šikovnosť. Mali sme sa rozdeliť do dvojíc. Bolo jasné, že mi treba niekoho chytrého, aby som sa nestrápňoval. Tá Danka vyzerala celkom šikovná. Išiel som za ňou, napol svaly a spýtal sa, či môžem byť s ňou v dvojici. Usmiala sa a povedala, že si najprv overí, či nie som úplne vymletý. Povedala mi toto:

Úloha 6. „Myslím si 4 rôzne cifry. Najprv som si z nich poskladala 2 dvojciferné prvočísla, ktorých súčet je 100 a potom som si z tých istých štyroch cifier poskladala

2 dvojciferné zložené čísla, ktorých súčet je takisto 100. Aké cifry som si myslela a aké čísla som z nich poskladala? "

Uf, tak toto som dal naozaj len kvôli silnej motivácii. Hra bola v pohode, mali sme len behať, skrývať sa a strašiť ostatných, takže som na Danku určite dobre zapôsobil. Potom nás už vedúci nahnalí späť. Ešte aj v posteli som rozmyšľal ako môže byť dievča také chytré. Dežo to hej, ale Danka? Dúfam, že si o mne nemyslí, že som hlúpy. Ved' dnes som vyriešil jej hádanku. No nič, zajtra na prednáškach na ňu vybalím svoje novonadobudnuté matematické umenie...

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:



Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 4 • Letná časť 22. ročníka (2008/09) • Vychádza 12. februára 2009
Internet: <http://matik.strom.sk> • E-mail: matik@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: <http://www.strom.sk> • E-mail: zdruzenie@strom.sk