Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo **2** — Ročník **23** — Internet http://matik.strom.sk

Čaute čaute :-).

Zdraví vás váš tvrdo makajúci tím opravovateľov *MATIK*a. Prvú sériu máme za sebou, a po krátkej prestávke pokračujeme v zimnej časti. Veľmi sa tešíme narastajúcemu počtu riešiteľov a vy sa už všetci isto neviete dočkať napínavého pokračovania nášho príbehu, v ktorom je zakomponovaných šesť zaujímavých úloh. Po ich vyriešení sa na najlepších z vás tešíme na sústredku. Radi sa so všetkými uvidíme aj na výletoch, či iných stretnutiach plných zábavy, oddychu a športu.

Váš *MATIK*

Ako bolo...

Výlet Hneď prvý víkend, v sobotu 12. septembra sme sa vybrali na túru do neznáma. Prečo do neznáma? Výlet sme začali v Gelnici (do ktorej sme sa dostali vláčikom z Košíc), odkiaľ sme mali pokračovať po modrej značke na Biely Kameň. Ani sme sa nenazdali a modrú značku sme stratili. Tak sme proste išli ďalej, zahrali sme si frisbee, pokecali si a tak proste - nebola nuda. Po 4–hodinovom šľapaní z kopca a do kopca sme sa dostali k nejakej asfaltke. Bola to cesta smerom z Gelnice, ktorou sme pôvodne mali ísť a prísť tam tak po hodine a pokračovať v ceste na Biely Kameň. Vtedy sme už ale boli dosť unavení, tak sme šli naspäť. Takže naša cesta do neznáma bola vlastne len akousi okružnou jazdou po okolí Gelnice. No nevadí, síce sme nevyšli, kam sme chceli, aj tak to bol super výlet plný zábavy a skvelých ľudí.

Frisbee Ďalšiu sobotu (19.septembra) sme si boli v Petrovom sade zahrať frisbee, bolo nás 14 a tak sme si pekne zahrali. Bolo to vraj na úrovni, ako nám povedala partia, ktorá tam chodí hrávať každú sobotu (môžeme sa kľudne pridať, ak chceme). Tak dúfam, že sa v takom hojnom počte ešte stretneme.

Hra A na koniec, v sobotu 26.septembra bola mestská hra, na ktorej sa nám zúčastnilo niekoľko nových tvárí, z čoho sme boli milo prekvapení. Ukončili sme ju v Petrovom sade veľkou bojovkou, kde ste nás, všetkých vedúcich, priam hravo porazili. Pripravili sme si pre vás aj sladkú odmenu v podobe vlastnoručne upečených koláčikov. A aby toho nebolo málo, sadli sme si ešte na kofolu a zabávali sa až do neskorších večerných hodín. Všetci, čo ste sa nezúčastnili hociktorej z našich akcií, môžte ľutovať, lebo bola zábava pri príjemnej činnosti so super ľuďmi.

Lomihlav

Ako už býva zvykom, v novembri pre vás každoročne organizujeme matematickú súťaž družstiev Lomihlav. Tento rok sa bude konať 27. novembra v CVČ DOMINO na Popradskej ulici v Košiciach. Je to súťaž družstiev žiakov 7.–9. ročníka reprezentujúcich svoju školu, ktorých úlohou je čo najlepšie vyriešiť 20 matematických úloh, 5 hlavolamov a 5 hádaniek. Tejto súťaže sa pravidelne zúčastňuje približne

200 žiakov z 50 základných škôl Slovenska. Preto ak máš chuť si zasúťažiť, tak zlákaj troch spolužiakov, a príď si porovnať sily s ostatnými. Na viac informácií sa môžete spýtať svojho učiteľa, alebo ich nájsť na našej stránke matik.strom.sk.

Vzorové riešenia 1. série úloh

1

opravovali **Monča Vaľková** a **Viktor Popovič**

najkrajšie riešenie: Tomáš Daneshjo

66 riešení

Táto úloha sa dala riešiť rôznymi spôsobmi, ale my si ukážeme ten, ktorý ste použili najčastejšie. Ako prvé si zistíme celkový počet bodov, ktoré boli získané v jednej disciplíne. Súťažili iba J.T., Blackzilla a TechN9ne a získali spolu $20 + 10 + 9 = 39$ bodov v troch disciplínach. Keďže disciplíny boli bodované rovnako, tak v každej bol súčet bodov za prvé, druhé a tretie miesto $\frac{39}{3} = 13$.

Ďalej sa pokúsime ohraničiť, koľko bodov musí byť minimálne udelených za prvé miesto. Ak by to bolo menej ako 7, tak J.T. by nemohol dosiahnuť svojich 20 bodov, ani keby trikrát vyhral ($6 \cdot 3 = 18$, čo je menej ako 20). Teraz si vypíšeme všetky možnosti obodovania prvého, druhého a tretieho miesta tak, aby ich súčet bol rovný 13 a tak, aby za prvé miesto bolo aspoň 7 bodov. Nesmieme zabudnúť na podmienku, že za prvé miesto je najviac a za posledné miesto najmenej bodov a počty bodov za jednotlivé miesta sú rôzne.

1.miesto	2.miesto	3.miesto
10	2	1
9	3	1
8	4	1
8	3	2
7	5	1
7	4	2

Teraz si skúsme overiť tieto možnosti. Z každej by sme mali vedieť poskladať 20, 10 aj 9 bodov.

V možnosti 10+2+1 musím na 20 bodov použiť dvakrát 10, ale potom by za tretiu diciplínu musela byť 0, ktorá v tejto možnosti nie je.

V možnosti 9+3+1 musím na 2 bodov použiť dvakrát 9 a chýbajú mi ešte 2 body, ale taký počet bodov v tejto možnosti nemám.

V možnosti 8+4+1 sa dá poskladať 20, 10 aj 9 bodov.

V možnosti 8+3+2 musím na 20 bodov použiť dvakrát 8 a chýbajú mi ešte 4 body, ale taký počet bodov v tejto možnosti nemám.

V možnosti 7+5+1 musím na 20 bodov použiť dvakrát 7 a chýba mi ešte 6 bodov, ale taký počet bodov v tejto možnosti nemám.

V možnosti 7+4+2 musím na 20 bodov použiť dvakrát 7 a chýba mi ešte 6 bodov, ale taký počet bodov v tejto možnosti nemám.

	1.disciplína	2.disciplína	3.disciplína
J.T.	8	8	4
Blackzilla	1	1	8
TechN9ne	4	4	1

Ako vidíme, prvé, druhé aj tretie miesto bolo obsadené trikrát. Jediné možné riešenie je ak za prvé miesto sa udeľovalo 8 bodov, za druhé miesto 4 body a za tretie miesto 1 bod.

Tí, ktorí uvažovali aj s 0 ako možným obodovaním za tretie miesto, by dodržali rovnaký postup ako spomenutý vyššie, akurát by mali o niekoľko možností ako získať súčet 13 viac a o jedno riešenie viac. Riešením by ešte bola kombinácia 10 bodov za prvé miesto, 3 body za druhé miesto a 0 bodov za tretie miesto.

Komentár. Väčšina z vás zvládla úlohu dobre a dopracovali ste sa k správnemu výsledku. Deväť bodov sme však udelili len niekoľkým, ktorí mali kompletné riešenie. Nestačí nám napísať, že ste preskúšali všetky možnosti a niektoré vám nesedeli. Treba nám napísať aj to, ktoré to boli a prečo zadaniu nevyhovovali.

2 opravovala **Robko Hajduk** a **Robčo Tóth**

najkrajšie riešenia: Zuzka Králiková, Martin Liščinský

71 riešení

Našou prvou úlohou je zistiť súčin vekov buniek. Aj keď bola úloha formulovaná tak, že pri vyskúšaní ľubovoľného trojciferného čísla dostaneme súčin vekov, neznamená to, že nám stačí vyskúšať jednu možnosť, pretože úloha môže mať aj viac riešení (viac možných súčinov vekov, t.j. viac možných trojíc vekov). Potrebujeme teda pracovať so všeobecným trojciferným číslom (netreba sa toho báť, je to veľmi užitočné a aj celkom ľahké :)). Nazvime ho $\overline{abc}$ (označenie s čiarou nad premennými sa používa kvôli odlíšeniu od operácie násobenia). Keď ho napíšeme dvakrát za sebou, vyzerá takto: $\overline{abcabc}$. Toto číslo sa teraz chystáme vydeliť $\overline{abc}$. Inými slovami, potrebujeme zistiť, koľkokrát sa $\overline{abc}$ nachádza v $\overline{abcabc}$. Ide to celkom ľahko, stačí si uvedomiť, že

$$\overline{abcabc} = \overline{abc}000 + \overline{abc} = 1000 \cdot \overline{abc} + \overline{abc} = 1001 \cdot \overline{abc}$$

$$\text{teda } \frac{\overline{abcabc}}{\overline{abc}} = 1001.$$

Trocha sa zamyslite a uvidíte, že to ide aj bez nejakého ťažkého výpočtu. Teraz sa dá postupovať dvoma rôznymi spôsobmi.

Prvý: Keďže máme nájsť čísla, ktorých súčin je 1001, zišiel by sa nám prvočíselný rozklad 1001. $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. Fajn, ale to samo o sebe nestačí. Zistili sme akurát, že ak má existovať nejaké riešenie, jednotlivé veky musia byť spojené s číslami 7, 11 a 13. Dostávame tieto možné riešenia:

$$\begin{aligned} 1001 &= 1 \cdot 1 \cdot 1001 \\ &= 1 \cdot 7 \cdot 143 \\ &= 1 \cdot 11 \cdot 91 \\ &= 1 \cdot 13 \cdot 77 \\ &= 7 \cdot 11 \cdot 13 \end{aligned}$$

Teraz jednoducho vylúčime všetky tie možnosti, v ktorých je niektorý z vekov menší ako 2, alebo väčší ako 17 (zo zadania). Ostáva jediné riešenie: 7,11,13.

Druhý: Zo zadania vieme, že vekom môže byť iba číslo väčšie ako 1 a menšie ako 18. Teraz sa pozrieme na týchto 16 čísel a postupne vylúčime všetky, ktoré vekom bunky byť nemôžu. Určite to nebude párne číslo, lebo súčin vekov by bol párny a 1001 je nepárne čislo. Nabude to ani násobok 5, lebo súčin by sa musel končiť 0, alebo 5, čo však pre 1001 neplatí. Nebude to ani násobok trojky, pretože súčin vekov by bol potom tiež násobkom trojky a 1001 nie je (ciferný súčet je dva). Nebude to ani 17, lebo súčin vekov by bol násobok 17 a 1001 nie je. Ostali tri čísla, ktoré by mohli byť naším riešením (keďže hľadáme práve tri čísla). Skúsme $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$. Vidíme, že sme sa trafili a keďže iné čísla nepripadajú do úvahy. 7,11,13 je teda jediným riešením.

Komentár. „Maximálny“ počet bodov za úlohu bol 7. Tí najšikovnejší z vás, ktorí zvládli urobiť prvú časť úlohy dostali naviac 2 body. Dobrá rada: Neprehlasujte svoje riešenie za jediné správne, pokiaľ neoveríte, či neexistuje aj nejaké iné. Táto úloha mala zhodou okolností len jedno, ale nabudúce také šťastie možno mať nebudete, takže na to treba dávať pozor :).

3 opravovali **Janka Baranová** a **Matúš Stehlík**

67 riešení

najkrajšie riešenia: Diana Ivanidesová, Adam Õrhalmi

Pri riešení tejto úlohy sa dalo postupovať rôzne. Jednou z možností bolo rozobrať prečo čísla 1,2,4,5,7,8 (čísla nedeliteľné 3) nemôžu byť v strednom políčku mriežky. Na začiatok je dobré povedať, že súčet čísel v riadku, stĺpci a uhlopriečke musí byť 9 alebo 18, lebo používame len cifry a každú len raz.

Všimnime si, že číslo v strede sa nachádza v nejakom riadku, stĺpci či uhlopriečke so všetkými ostatnými číslami. Teda ak si k nemu vezmeme ľubovoľné číslo mriežky (okrem toho v strede), tak musíme vedieť nájsť aspoň jedno ďalšie číslo rôzne od týchto dvoch také, aby táto trojica dávala súčet deliteľný 9. Inými slovami, ak si do tabuľky dáme nejaké číslo, tak musíme vedieť doplniť do riadku, stĺpca, poprípade uhlopriečky také číslo, aby vyšiel súčet deliteľný 9. Lenže ak si dáme do stredu tabuľky 1, tak potom niekde okolo musí byť aj 7. Aké číslo vieme doplniť do daného riadku, stĺpca či do uhlopriečky? Súčet čísel 1 a 7 je 8, teda na doplnenie do 9 potrebujeme 1, ktorú sme už použili a na doplnenie do 18 potrebujeme 10, čo je viac ako 9. Jednotka preto v strede byť nemôže. Podobne to je aj s ostatnými číslami. Konkrétne ak je v strede 2, tak má problém s 5; ak je v strede 4, tak má problém s 1; 5 má problém s 8; 7 má problém s 4 a 8 má problém s 2. Teda ani jedno z týchto čísel nemôže byť v strede mriežky. Čísla 3,6,9 majú takýto problém len sami so sebou, ale ak sú v strede, tak sa rovnaké číslo nemôže nachádzať v ich okolí a teda nemôžu byť sami so sebou v súčte.

Ďalšou možnosťou je pozrieť sa na to, v koľkých súčtoch sa ktoré číslo nachádza napr. číslo v rohu mriežky v troch (riadok, stĺpec a uhlopriečka). Takto zistíme, že v najviac súčtoch sa nachádza číslo v strede a to v štyroch (riadok, stĺpec a dve uhlopriečky). Ak si vypíšeme trojice čísel mriežky, ktoré dávajú súčet 9 alebo 18:

$$\begin{aligned} 9 &= 1 + 2 + \underline{\mathbf{6}} \\ &= 1 + \underline{\mathbf{3}} + 5 \\ &= 2 + \underline{\mathbf{3}} + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 &= 1 + 8 + \underline{\mathbf{9}} \\ &= 2 + 7 + \underline{\mathbf{9}} \\ &= \underline{\mathbf{3}} + \underline{\mathbf{6}} + \underline{\mathbf{9}} \\ &= \underline{\mathbf{3}} + 7 + 8 \\ &= 4 + 5 + \underline{\mathbf{9}} \\ &= 4 + \underline{\mathbf{6}} + 8 \\ &= 5 + \underline{\mathbf{6}} + 7 \end{aligned}$$

tak zistíme,že každé z čísel 1,2,4,5,7,8 sa nachádza len v troch z nich a čísla 3,6,9 sa nachádzajú v štyroch. Preto pre čísla 1,2,4,5,7,8 v strede by vyšiel aspoň jeden iný súčet(v riadku, stĺpci alebo na jednej z uhlopriečok) ako 9 alebo 18. A pre čísla 3,6,9 to môže sedieť, lebo treba 4 súčty a oni v 4 rôznych súčtoch sú.

Posledná možnosť bola všimnúť si, že v každom súčte troch čísel mriežky deliteľnom 9 musí byť jedno alebo tri čísla deliteľné tromi, pretože pri vypísaní všetkých súčtov (troch čísel, ktoré dajú 9 alebo 18) si všimneme, že v každom sa nachádza násobok trojky (teda 3, 6 alebo 9). Takže číslo deliteľné tromi musí byť jedno alebo tri v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke, takže čísla 3,6,9 musia byť na jednej z uhlopriečok mriežky a teda jedno z nich musí byť v strede.

5	1	3
4	6	8
9	2	7

Na záver jedna mriežka, keď v strede je 6 - s tou nebol problém.

4 opravovali **Danko Till** a **Jakub Sedlák**

najkrajšie riešenia: Zuzka Králiková

57 riešení

Buď je prvá bunka Adam a druhá Eva, alebo je prvá bunka Eva a druhá Adam. Ďalej vieme, že keďže boli vyslovené iba dané dva výroky, tak môžeme brať za opak jedného výroku druhý výrok. Keďže bunky povedali rôzne výroky, tak vieme, že buď obe bunky klamali alebo obe bunky hovorili pravdu. Keďže nemáme stav, v ktorom by obe bunky klamali, tak museli obe bunky hovoriť pravdu, teda sú v stave 3. Z toho vyplýva, že Adam je prvá bunka. Keby sa bunky nachádzali v stave 1, tak by Adam klamal, teda by povedal, že je Eva. Eva by hovorila pravdu, teda by povedala, že je Eva. Teda obidve bunky povedia, že sú Evou a ani jedna nepovie, že je Adam, čo sa ale nezhoduje so zadaním. Keby sa bunky nachádzali v stave 2, tak by Adam hovoril pravdu, teda by povedal, že je Adam. Eva by klamala, teda by povedala, že je Adam. Teda obidve bunky povedia,že sú Adamom a ani jedna nepovie, že je Evou, čo sa ale nezhoduje so zadaním.

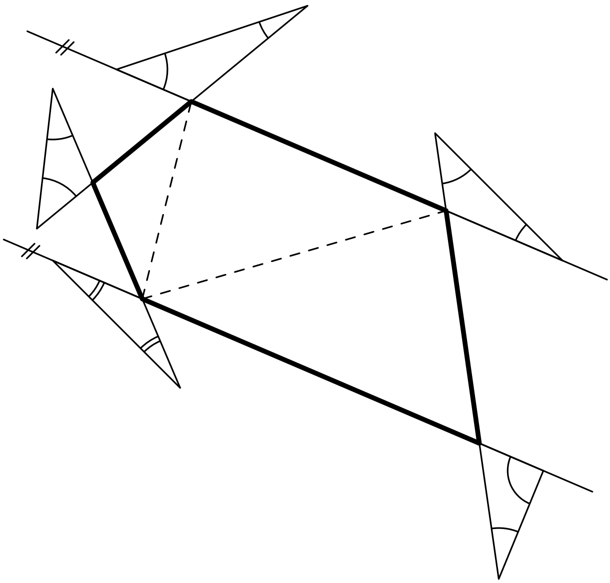
	Stav 1	Stav 2	Stav 3
Adam	Ja som Eva	Ja som Adam	Ja som Adam
Eva	Ja som Eva	Ja som Adam	Ja som Eva

5 opravovali **Ivka Gašková** a **Marek Derňár**

najkrajšie riešenia: Zuzka Králiková, Magdaléna Krejčiová

50 riešení

Pozrime sa na všetky uhly vyznačené oblúčikom (aj na tie, ktoré sú vyznačené jednoduchým oblúčikom, aj na tie, ktoré sú dvojitým oblúčikom) a skúsme prísť na to, čo majú všetky spoločné. Určite nám okamžite udrie do očí, že na obrázku máme päť trojuholníkov, ktorých dva vnútorné uhly sú vyznačené oblúčikmi. Vieme, že súčet všetkých vnútorných uhlov v ľubovoľnom trojuholníku je 180°, takže súčet všetkých vnútorných uhlov v našich piatich trojuholníkoch bude $5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$.



Vidíme však, že v každom z týchto trojuholníkov je aj po jednom nevyznačenom uhle, a tak sa pozrime presne na ne. Všimnime si, že vrcholové uhly k týmto nevyznačeným uhlom tvoria vnútorné uhly päťuholníka (na obrázku je vyznačený hrubšími čiarami). Vedeli by sme vypočítať súčet uhlov v tomto päťuholníku? Pokiaľ si ho rozdelíme na tri trojuholníky (tak ako to je na obrázku vyznačené čiarkovane), tak vypočítať súčet týchto uhlov už nie je problém. Všetky vnútorné uhly týchto troch trojuholníkov tvoria presne uhly nami zvýrazneného päťuholníka, čiže ich súčet je

$$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ.$$

Vráťme sa však k našim piatim trojuholníkom, v ktorých sú dvojice uhlov povyznačované oblúčikmi. Veľkosť všetkých uhlov v týchto trojuholníkoch je 900° a súčet uhlov nevyznačených žiadnym oblúčikom v týchto trojuholníkoch je 540° (keďže sú vrcholovými uhlami k uhlom v päťuholníku, o ktorých sme už zistili, že ich súčet je 540°). Takže súčet uhlov označených niektorým z oblúčikov musí byť

$$900^\circ - 540^\circ = 360^\circ.$$

Teda ak je súčet uhlov vyznačených niektorým z oblúčikov 360°, tak nemôže byť súčet uhlov vyznačených jednoduchým oblúčikom 360° (pretože piaty trojuholník by sa nedal zostrojiť).

Druhá otázka zo zadania znie: Ak by súčet uhlov vyznačených jednoduchým oblúčikom bol 325°, koľko by potom dokopy mali uhly vyznačené dvojitým oblučikom? Vieme však, že súčet všetkých uhlov vyznačených niektorým z oblúčikov je 360°. Ak potom súčet uhlov vyznačených jednoduchým oblučikom je 325°, tak uhly vyznačené dvojitým oblúčikom musia mať $360^\circ - 325^\circ = 35^\circ$.

Komentár. Mnoho riešiteľov úlohy riešilo odhadovaním alebo odmeriavaním uhlov. Merania a odhady však nikdy nie sú úplne presné (mohli by sme sa pomýliť iba o desatinu alebo stotinu stupňa a už by to nemuselo sedieť), a preto takéto riešenie nemôže byť správne. Našlo sa taktiež mnoho veľmi pekných riešení, ktoré využívali vlastnosti rovnobežiek (to, že súhlasné aj striedavé uhly sú rovnaké).

6

opravovali **Peťka Zibrínová** a **Marek Derňár** — 72 riešení

najkrajšie riešenia: Zuzka Králiková,Martin Vrabec,Katka Krajčiová

Keďže A, B, C a D sú cifry, tak to môžu byť iba prirodzené čísla od 1 do 9. Táto veta však nie je úplne pravdivá, keďže cifra môže byť aj číslo 0. Ak by však niektorá z týchto cifier bola 0, tak by to musela byť cifra A (keďže $A < B < C < D$), avšak potom by hľadané číslo nebolo štvorciferné. Túto úvahu urobil asi každý z vás hneď, keď začal riešiť túto úlohu. Bohužiaľ nikto ju do svojho riešenia neuviedol a každý rovno uvažoval o cifrách 1 až 9. Možnože je táto myšlianka naozaj samozrejmá, ale kompletné riešenie by ju malo obsahovať (tentokrát sme však body za jej nespomenutie nestrhávali).

Poďme teda riešiť úlohu ďalej. O ktorej cifre máme vlastne najviac informácií? V každej podmienke zo zadania sa vyskytuje cifra D, tak sa skúsme zamerať na ňu. Z podmienky $A < B < C < D$ vyplýva, že D bude najväčšia cifra spomedzi týchto štyroch. Táto cifra taktiež má byť druhou mocninou prirodzeného čísla, čiže môže byť 1 ($1^2 = 1$) alebo 4 ($2^2 = 4$) alebo 9 ($3^2 = 9$). Ak by sme umocnili na druhú číslo väčšie ako 3, tak dostaneme číslo dvoj- a viacciferné (napr. $4^2 = 16$). Takže pre D máme naozaj iba tieto tri možnosti, poďme si ich postupne rozobrať.

D nemôže byť 1, keďže 1 je najmenšie prirodzené číslo, čo odporuje podmienke, že D má byť najväčšie z pomedzi spomínaných štyroch cifier.

Pokiaľ $D = 4$, tak existujú iba tri prirodzené čísla menšie ako 4, a to 1, 2 a 3. Pre hľadané cifry potom musí platiť $A = 1$, $B = 2$ a $C = 3$. Potom však nie je splnená podmienka, že B je deliteľom C (2 nie je deliteľom 3), čiže táto možnosť nevyhovuje.

Zvýšila nám už iba posledná možnosť, a to $D = 9$. Podľa zadania má byť A aj B deliteľom čísla D. Číslo 9 však má iba troch deliteľov, a to 1, 3 a 9. Keďže A aj B sú menšie ako D, tak nemôžu byť rovné 9. Takže A a B môžu byť iba 1 alebo 3 a keďže $A < B$, tak musí platiť $A = 1$ a $B = 3$. B je deliteľom čísla C, čiže C musí byť násobkom čísla $B = 3$. Taktiež platí $B < C < D$, čiže $6 < C < 9$ a jediný násobok 3 nachádzajúci sa medzi čísla 3 a 9 je 6. Takže $C = 6$ a tým pádom je jediné možné hľadané číslo orgánu 1369.

Netreba však ešte zabudnúť overiť, či nami nájdené číslo naozaj spĺňa všetky podmienky zo zadania. Keďže ich naozaj spĺňa, tak číslo orgánu je 1369.

Komentár. Úloha bola pomerne ľahká, boli v nej len sem-tam nejaké drobné chybičky (napr. ste zabúdali na jednotku, ktorá je predsa tiež druhou mocninou prirodzeného čísla, resp. sebe samej). No väčší problém bol, že mnohí ste napísali len výsledok 1369 a okomentovali ste, ako ste dosadili jednotlivé cifry za písmenká, ale nenapísali ste presný myšlienkový postup ani nevysvetlili, prečo je 1369 jediným správnym riešením. Taktiež chybou bolo, ak ste síce zdôvodnili, že iné číslo ako 1369 vyhovovať nemôže, ale neoverili ste, že 1369 naozaj vyhovuje (za túto chybu sme tentokrát body nestrhávali).

Zadania 2. série úloh

Úlohy pošlite najneskôr **30. novembra 2009**

Sedeli. Ticho bolo ohlušujúce a hustý opar vznášajúci sa nad bojiskom neznesiteľný. Boli dobre chránený klkom, rovnako však aj ich nepriateľ oproti. Zákopová vojna v hrubom čreve nemala konca-kraja . . . Blackzilla si brúsil zúbky na bunkových ústočkách a T.J. s Tech N9ne hrali kocky. Nebolo na nich vidieť nervozitu tak, ako na bielych krvinkách krčiacich sa všade navôkol. Boli to profesionáli. Pomaly však začínali aj oni strácať trpezlivosť. T.J. tresol kocky o stôl a vyštekol: „Vzchopte sa už konečne! Ako chcete poraziť vírus H_1N_1, keď sa vám roztrasie cytoplazma vždy, keď sa na vás nepriateľ zahľadí?“ Začal sa rozohnený prejav, a tak si Tech N9ne znudene zívol a začal sa hrať s kockami.

Úloha 1. *Staval vežičku zo siedmych rovnakých kociek tak, že ich ukladal na seba, pričom každú kocku položil na tú pod ňou jedným z troch spôsobov: rovno na* *predošlú, alebo tak, že vytŕčala o $\frac{1}{7}$ spodnej steny doľava alebo doprava. Vedel, že ak sa stred nejakej kocky nenachádza nad spodnou stenou najspodnejšej kocky, tak veža spadne. Koľko rôznych vežičiek vedel postaviť?*

T.J. bol práve v polovici životného prejavu, keď sa na druhej strane zákopov ozval neznesiteľný škrekot a z druhého konca hrubého čreva sa valila horda nových jednotiek H_1N_1. Biele krvinky zbledli. Konečník padol, museli sa dať na ústup do žalúdka. Blackzilla zavelil, nech vyhodia klk do vzduchu, aby tak sťažili vírusu postup. Netušili však, koľko majú žalúdočnej kyseliny a obávali sa, že by mohli hrubé črevo roztrhať na kusy. Rýchlo sa dali do počítania.
Úloha 2. *Bielik a Belo mali každý debničku s kyselinovými ampulkami. Dokopy tam bolo 2009 ampuliek. Pamätali si iba, že najväčší spoločný deliteľ počtu ampuliek v Belovej debničke a počtu ampuliek v Bielikovej debničke bol druhou mocninou prirodzeného čísla väčšieho ako 1. Koľko je možností pre počet ampuliek v Belovej debničke? (Nemusíte všetky tieto možnosti vypísať.)*

Riskli to a odpálili nálože. Črevo sa po mohutnom výbuchu zapchalo a jednotky organizmu sa dali na zbesilý ústup. Keď prechádzali dvanástnikom, na stenách zbadali mnohé z výtvorov sprejera Karcinogéna, ktorý bol nepochopiteľne nepolapiteľný už dlhé roky. Medzi inými tam našli partiu hry zápcha, ktorú očividne Karcinogén odohral sám so sebou. Hrala sa takto:
Úloha 3. *Vezmite si šachovnicu* 8×8*. Do pravého horného rohu umiestnite figúrku. Hráč, ktorý je na ťahu, ju môže posunúť o 1, 2 alebo 3 políčka doľava, dole alebo uhlopriečkovo doľava-dole, vždy len jedným z týchto smerov, to znamená , že smery sa nedajú kombinovať (hráč nemôže ísť v jednom ťahu napríklad o políčko dole a potom o políčko po uhlopriečke). Ten, kto musí potiahnuť na ľavé dolné políčko, prehráva. Hrajú dvaja hráči a po každom ťahu sa striedajú. Keby ste mali hrať túto hru proti Karcinogénovi, chceli by ste začínať? Kam alebo akým systémom by ste ťahali figúrkou aby ste vyhrali?*

Konečne celí udychčaní dorazili do hlavného stanu v žalúdku. Blackzilla, Tech N9ne a T.J. šli okamžite podať hlásenie hlavnému veliteľovi. Z každej strany bolo počuť hluk bojovej haravary, neľútostné boje navzájom sa hryzúcich bielych krviniek a vírusov H_1N_1. Všade poletovali terénne krvné doštičky a hádzali na nepriateľa ampulky so žalúdočnou kyselinou. Boj sa však aj tu zdal márny. Stíhače H_1N_1 boli technologicky oveľa dokonalejšie a bojovníci vírusu neskutočne odolní. Niektorí z nich bojovali, aj keď prišli už o všetky ribozómy, najväčší fanatici dokonca aj bez malého jadra. Keď traja kamaráti dorazili k hlavnému veliteľovi, zistili, že tam nebol. Stál tam iba krátkovlnný telefón a pri ňom zakódované číslo na centrálu centrálnej nervovej sústavy, ktorá riadila protiútok. Tech N9ne sa pustil do lúštenia, Blackzilla a T.J. mu kryli chrbát.
Úloha 4. *Bolo to 9-ciferné číslo, v ktorom sa každá cifra od 1 po 9 opakovala práve raz. Číslo spĺňalo všetky nasledovné podmienky:*

- *bolo deliteľné 9*

- *ak z pravej strany škrtneme poslednú cifru, číslo, ktoré ostane, musí byť deliteľné 8*
- *ak z pravej strany na novovzniknutom čísle znovu škrtneme poslednú cifru, číslo, ktoré ostane, musí byť deliteľné 7*
- *ak z pravej strany na novovzniknutom čísle znovu škrtneme poslednú cifru, číslo, ktoré ostane, musí byť deliteľné 6 . . .*

A tak ďalej, až kým neostane iba jedna samostatná cifra, ktorá musí byť deliteľná číslom 1. Aké je to číslo?

Zavolali a podali správu. Vyzeralo to tak, že v ostatných častiach tela sa organizmu nedarilo o nič lepšie, napriek nasadeniu profesionálov, ako boli oni. Dostali jasný rozkaz udržať žalúdok za každú cenu, pretože sa v ňom nachádzali všetky zásoby kyselinových ampuliek, ktoré by nepriateľ proti nim mohol veľmi nepríjemne využiť. Blackzilla sa zaškeril a zahlásil: „Poďme ten šialený vírus poriadne pokusať, nech im ostane na nás pamiatka, chlapci!“ A s revom sa vyrútili do vírusu boja, kde údatne bojovali dlhých 5 minút. Potom ich však obkľúčila skupina dvadsiatich bojovníkov vírusu H_1N_1. Jeden z nich sa posmešne spýtal: „A ako chcete vyhrať teraz, ó mocné antivirotiká? Hahaha . . . “ T.J. sa však nenechal zaskočiť: „Ľahko, prekabátime vás!“ A riekol:

Úloha 5. *„Máme vírusy A, B, C, ktoré majú v košíčku jablká a hrušky (jeden má 2 jablká, ďalší 2 hrušky a posledný 1 jablko a 1 hrušku). Každý z vírusov povedal klamný výrok o obsahu svojho košíčka.*

- *A: „Mám 2 jablká.“*
- *B: „Mám 2 hrušky.“*
- *C: „Mám 1 jablko a 1 hrušku.“*

Na „výzvu“ si vami určený vírus náhodne vytiahne jeden kus ovocia z košíčka. Aký je najmenší počet výziev potrebný na určenie košíčka s jedným jablkom a jednou hruškou za všetkých možných okolností? Ako treba postupovať?“

Chytré vírusy však neprekabátili. Začali sa k nim pomaly blížiť a ceriť zuby. Tak toto bol ich koniec. Definitívny a nepopierateľný. Zrazu sa odniekiaľ vyrútil sprejer Karcinogén a svojím neľútostným sprejom a vycvičenými pohybmi ruky zneškodnil všetkých 20 protivníkov. Traja kamaráti ostali stáť ako prikovaní. Karcinogén sa na nich znechutene pozrel a opýtal sa:

Úloha 6. *Je daný trojuholník ABC, bod Y na strane AB a bod X na strane CA tak, že* $|\sphericalangle AXB| = |\sphericalangle AYB| = 90^\circ$. *Ďalej vieme, že* $|XB| = |YA|$. *Musí byť trojuholník ABC rovnoramenný? Prečo?*

Tech N9ne mu okamžite povedal správnu odpoveď. Karcinogén zakašľal a zamumlal, že ak chcú prežiť, majú ísť za ním. Blackzilla: „Naše miesto je tu, musíme brániť žalúdok pred vírusom H_1N_1. Pre to sme boli stvorení!“ Karcinogén: „Nie ste nič iné, ako naivní hlupáci. Odkedy majú vírusy bunkové ústočká, padajú z nich ribozómy a rozlieva sa im cytoplazma ako mlieko?!“ T.J.: „Noo … vlastne nevyzerajú celkom tak, ako sme si predstavovali.“ Karcinogén: „To preto, že to nie sú vírusy. Celá táto vojna je jeden veľký podvod …“ Otočil sa a pomaly odkráčal. Tech N9ne, Blackzilla a T.J., absolútne zmätení a zničení z nevyvrátiteľného tvrdenia, sa vybrali za ním …

Poradie po 1.sérii

PS je súčet bodov za predchádzajúce série, **1–6** sú body za jednotlivé úlohy a **CS** je celkový súčet bodov.

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
1. – 2.	Samuel Sládek	Sekunda A	GMierNO	0	9	9	-	9	9	9	54
	Zuzana Králiková	Sekunda A	GAlejKE	0	9	9	9	9	9	9	54
3. – 5.	Katarína Krajčiová	Tercia	GAlejKE	0	9	8	9	9	8	9	53
	Filip Stripaj	9. A	ZKro4KE	0	9	8	9	9	9	9	53
	Alexander Ténai	Tercia	GAlejKE	0	9	9	9	9	8	8	53
6. – 10.	Dorota Jarošová	Tercia	GAlejKE	0	7	7	9	9	9	9	52
	Vladislav Vancák	Kvarta B	GAlejKE	0	8	9	9	9	9	8	52
	Viktória Valachová	9. A	ZMarkSN	0	9	7	9	9	9	9	52
	Jozef Janovec	Tercia	GAlejKE	0	9	7	9	9	-	9	52
	Magdaléna Krejčíová	Kvarta A	GTataPP	0	9	7	9	9	9	9	52
11. – 12.	Martin Vrabec	8. A	ZKro4KE	0	8	7	8	9	9	9	51
	Patrik Turzák	9. A	ZKro4KE	0	9	7	9	9	9	8	51
13. – 15.	Ján Jursa	9. A	ZKro4KE	0	8	7	9	9	9	8	50
	Martin Liščinský	9. A	ZJuhoKE	0	7	9	9	9	8	8	50
	Anton Gromóczki	8. A	ZStanKE	0	8	7	8	9	8	9	50
16.	Tomáš Daneshjo	8. A	ZKro4KE	0	9	7	5	9	9	8	49
17. – 18.	Barbora Kompišová	Kvarta A	GTataPP	0	9	4	9	9	8	9	48
	Martin Rapavý	Kvarta A	GAlejKE	0	6	7	9	9	9	8	48
19.	Diana Ivanidesová	Kvarta A	GTataPP	0	9	4	9	9	8	8	47
20.	Bianca Gross	7. B	ZTomKe	0	9	6	4	9	2	9	46
21.	Peter Vook	8. A	ZKro4KE	0	8	6	8	8	-	9	45
22. – 23.	Vladimír Sabo	Kvarta B	GAlejKE	0	8	7	7	9	3	9	43
	Roman Pivovarník	Kvarta A	GMudrPO	0	9	7	-	9	9	9	43
24.	Silvia Dobránska	7. B	ZTomKe	0	5	7	4	9	3	8	42
25. – 26.	Ema Dučáková	8. A	ZKomePP	0	7	7	4	9	8	5	41
	Peter Gábor	Tercia A	GKonšPO	0	7	6	2	9	2	8	41
27. – 28.	Samuel Burik	7. A	ZKomeSV	0	5	4	2	9	3	9	39
	Adam Õrhalmi	7. A	ZKro4KE	0	6	3	9	6	6	2	39
29. – 31.	Oliver Koreň	8. A	ZKro4KE	0	0	9	3	9	6	8	38

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
	Jakub Kupčík	8. A	ZKro4KE	0	3	7	-	9	9	7	38
	Jana Zorvanová	7. A	ZJiráBJ	0	5	7	6	9	-	2	38
32.	Florián Hatala	8. A	ZKro4KE	0	5	8	3	9	-	9	37
33.	Kristína Lengyelová	7. B	ZTomKe	0	6	7	3	5	2	7	35
34. – 38.	Martin Paľko	Kvarta B	GAlejKE	0	5	7	1	9	8	4	34
	Miroslav Stankovič	9. A	ZKro4KE	0	1	9	-	8	9	7	34
	Michal Greššák	8. A	ZKro4KE	0	6	7	3	9	-	6	34
	Alfréd Onderko	9. A	ZJuhoKE	0	8	9	-	9	-	8	34
	Daniel Hajduk	8. A	ZKro4KE	0	5	7	4	6	-	8	34
39. – 40.	Andrea Čechová	7. B	ZJiráBJ	0	5	7	2	9	1	1	33
	Matúš Čirip	Kvarta A	GMudrPO	0	8	3	-	8	6	8	33
41. – 42.	Peter Micek	9. A	ZKro4KE	0	-	7	2	9	7	6	31
	Juraj Paľa	7. B	ZTomKe	0	2	6	3	9	2	2	31
43. – 44.	Laura Remetová	9. B	ZJiráBJ	0	5	1	3	8	7	6	30
	Dominik Stripaj	7. A	ZKro4KE	0	7	-	-	8	-	7	30
45. – 47.	Denis Rozložník	8. A	ZKro4KE	0	3	7	2	8	5	3	29
	Diana Ďurišová	7. A	ZKomePP	0	5	2	2	9	1	2	29
	Bibiana Hanzeľová	Tercia	GAlejKE	0	5	4	2	8	-	2	29
48. – 49.	Ivana Lešková	7. B	ZHutnSN	0	6	2	3	6	4	3	28
	Ivana Miňová	Tercia	GAlejKE	0	-	4	2	8	-	6	28
50. – 52.	Stanislav Zeman	Kvarta A	GAlejKE	0	5	8	2	7	-	5	27
	Jakub Hromada	8. A	ZKro4KE	0	6	3	3	5	-	7	27
	Ivana Jakubčáková	7. A	ZKomePP	0	2	3	2	9	1	2	27
53. – 55.	Michaela Ankonyová	7. B	ZHutnSN	0	6	2	3	5	4	2	26
	Matej Bobrik	7. A	ZMaurKE	0	5	5	2	6	0	2	26
	Kristína Valigová	7. A	ZKomeSV	0	3	7	2	5	1	2	26
56. – 57.	Alexandra Drozdová	7. A	ZKomeSV	0	2	1	2	9	1	2	25
	Július Urmacher	8. A	ZKuzmic	0	-	7	3	8	-	7	25
58.	Richard Husár	8. A	ZStanKE	0	-	7	3	9	-	5	24
59. – 62.	Kristína Grošková	9. B	ZJiráBJ	0	2	6	2	6	5	2	23
	Michal Angelovič	7. A	ZMaurKE	0	5	2	2	6	0	2	23
	Monika Mitterová	Tercia B	GDuklPO	0	2	3	2	7	-	2	23
	Matúš Tóth	7. A	ZAbovKE	0	2	7	2	3	-	2	23
63.	Maroš Varga	8. A	ZKuzmic	0	-	3	3	8	-	8	22
64.	Ivana Sokolová	9. B	ZJiráBJ	0	4	4	2	3	5	2	20
65. – 67.	Frederika Šteňová	7. A	ZKomeSV	0	2	1	2	6	1	2	19
	Štefan Krištof	Tercia B	GDuklPO	0	-	-	3	8	-	-	19
	Lenka Maťašová	8. A	ZKomeSB	0	5	3	2	5	2	2	19
68. – 69.	Dominik Benko	8. A	ZKro4KE	0	6	-	3	9	-	-	18
	Jakub Basa	7. B	ZJiráBJ	0	2	1	2	6	-	1	18
70. – 72.	Róbert Bajcura	7. A	ZHrnčSP	0	2	3	2	4	1	2	17
	Jana Cerulová	8. A	ZKro4KE	0	5	-	2	8	-	2	17
	Petra Eškutová	8. A	ZKro4KE	0	2	1	2	9	-	2	17
73.	Ivana Senajová	8. B	ZJiráBJ	0	2	4	2	3	-	2	15

Poradie	Meno	Trieda	Škola	PS	1	2	3	4	5	6	PCS
74.	Samuel Černík	9. A	ZKro4KE	0	-	-	-	7	-	6	13
75.	Simona Fabuľová	Tercia B	GDuklPO	0	-	1	3	3	-	-	10
76.	Lukáš Gdovin	8. A	ZStanKE	0	-	7	-	-	-	-	7
77.	Mária Kimáková	7. A	ZHrnčSP	0	-	0	0	1	0	-	2
78.	Marek Pravda	8. A	ZStanKE	0	-	-	-	-	-	-	0

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:

AGENTÚRA
NA PODPORU
VÝSKUMU A VÝVOJA

Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 2 • Zimná časť 23. ročníka (2009/10) • Vychádza 22. októbra 2009
Internet: `http://matik.strom.sk` • E-mail: `matik@strom.sk`

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: `http://www.strom.sk` • E-mail: `zdruzenie@strom.sk`