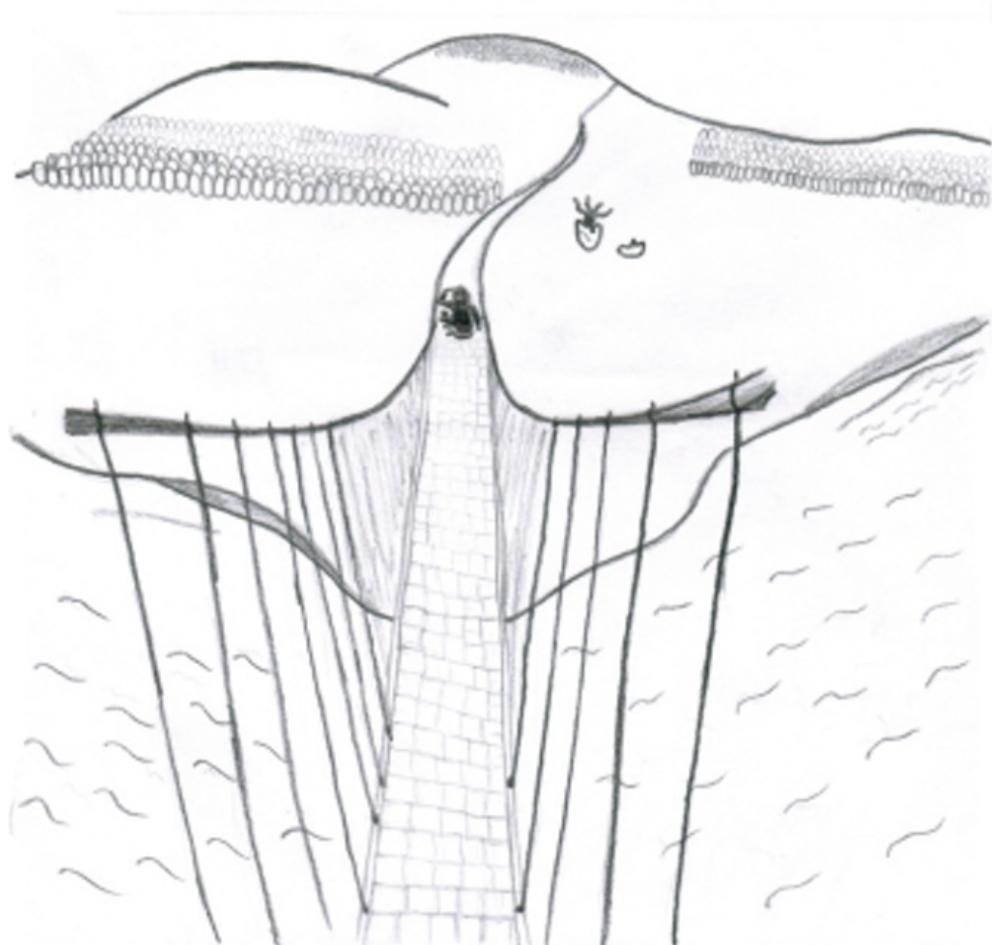


MATIK

Číslo 4 — Ročník 23

KORESPONDENČNÝ MATEMATICKÝ SEMINÁR

INTERNET <http://matik.strom.sk>



Ahoje!

Po poriadnej guľovačke, či sánkovačke isto dobre padne teplý čaj a pohodlie izbičky. Ako ale vyplniť čas pri zohrievaní skrehnutých končatín? Isto si nad tým často trápite hlavičky. Tentoraz sme túto dilemu vyriešili za Vás.

Spríjemnite si tieto chvíle zaujímavými príkladmi. Práve preto sa Vám do rúk dostáva nová séria Vášho MATIKa. Už teraz sa tešíme na Vaše riešenia.

Váš MATIK

Ako bolo na sústredku

Odmienou pre najlepších z Vás bolo, už tradične, ďalšie zimné sústredenie, ktoré sa konalo v dňoch od 31. 1. 2010 do 5. 2. 2010 v Juskovej Voli. Hned' na začiatku nás prekvapil trošku netradičný príchod do ubytovne, ale nakoniec sme sa postupne všetci, živí a zdraví, dopravili na miesto. Hned' v prvú noc sa začali diať čudné veci a celý náš skautský tábor sa nenápadne zvrtol na pátranie po stratenej hračke Jacka Spinnera, počas ktorého nás skoro očipovali temné jaštery z pekla a pákrát sme natrafili aj na veľkého zlého údržbára Scruffyho :P . Napokon sa nám podarilo vyriešiť záhadu a zlikvidovať posadnutého Spinnera. Popritom sme rátali matiku, hrali na gitare... Všade bola kopu snehu, takže aj počasie vyšlo na jednotku. Prežili sme skrátka ďalších 6 skvelých dní, na ktoré sa tak skoro nezabúda. Veríme, že sa Vám (účastníkom) tiež páčilo a tešíme sa na Vás nabudúce.

Vaši vedúci MATIKa

2% z daní

Máme na Vás ešte jednu prosbu. Blíži sa obdobie, keď Vaši rodičia môžu venovať 2 % zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my. Ako všetkým, aj nám sa finančie zídu. Potrebujeme pokryť náklady na časopisy, poštu a chceli by sme cenu sústredení udržať čo najnižšiu. Preto by sme Vás chceli poprosiť, aby ste svojou troškou podporili našu dobrovoľnícku činnosť. Všetky potrebné informácie nájdete na našej stránke zdruzenie.strom.sk, kde stačí kliknúť na banner „2 % Stromu“. Ďakujeme!

Pravidlá súťaže

Priebeh. Korešpondenčný matematický seminár MATIK je súťaž pre žiakov 7. až 9. ročníka ZŠ, tercie a kvarty osemročných gymnázií. Zapojiť sa môžu aj mladší (im však odporúčame seminár Malynár). MATIK prebieha korešpondenčnou formou – počas zimnej časti vyjdú postupne dve série po 6 úloh. Riešenia tých úloh, ktoré sa Ti podarí vyriešiť, alebo prídeš aspoň na časť riešenia, pošli do uvedeného termínu na našu adresu. My ich opravíme, obodujeme a zostavíme poradie všetkých riešiteľov. Opravené riešenia úloh spolu s ďalším číslom časopisu,

v ktorom nájdeš správne riešenia, poradie i zadania novej série, dostaneš do školy. A ak sa budeš snažiť a umiestniš sa v celkovom poradí po dvoch sériách do 32. miesta (ďalší budú pozvaní ako náhradníci), čaká Ťa odmena, ktorá stojí za to. Môžeš sa tešiť na týždňové sústredenie v peknom prostredí nabité zaujímavým programom, športom, hrami, matikou a skvelými kamarátmi. Tak hor sa do toho!

Bodovanie. Za správne vyriešenú úlohu získaš 9 bodov, za čiastočne správne alebo neúplné riešenie primerane menej. Do celkového poradia sa započítavajú body za:

deviataci, kvarta: všetky vyriešené úlohy

ôsmaci: päť najlepšie vyriešených úloh plus minimum z týchto piatich úloh

siedmaci, tercia: päť najlepšie vyriešených úloh plus maximum z týchto piatich úloh Sekunda, šiestaci a mladší budú hodnotení rovnako ako siedmaci.

Príklad Traja bratia, deviatak Vlado, ôsmak Jaro a siedmak Marcel, vyriešili všetky úlohy úplne rovnako (zhodou náhod, že) – za 3, 2, 4, 1, 5 a 4 body. Vlado potom získal $3 + 2 + 4 + 1 + 5 + 4 = 19$ bodov, Jaro $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 2 = 20$ bodov a Marcel $(3 + 2 + 4 + 5 + 4) + 5 = 23$ bodov. Jasné, nie?

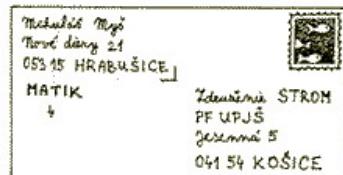
Ako písat' riešenie? Úlohy rieš samostatne a **neodpisuj** (za odpisovanie budeme strhávať body). Výsledok úlohy, aj keď je správny, nestačí; Tvoje písomné riešenie musí obsahovať podrobny **myšlienkový postup** – vysvetlenie, ako si pri riešení úlohy postupoval. Riešenie každej úlohy píš na samostatný papier formátu A4, ak je na viacerých listoch, zopni ich. Texty zadani odpisovať nemusíš. Každé riešenie musí mať v hlavičke Tvoje meno, triedu, školu a číslo úlohy. Riešenia posielaj na adresu:

Združenie STROM, PF UPJŠ, Jesenná 5, 041 54 Košice.

Pod odosielateľa uved' výrazne „MATIK“ . K prvým riešeniam nezabudni pridať **vyplnenú prihlášku** (alebo jej kópiu). Obálka s riešeniami je niekedy tăžšia, preto sa nečuduj, keď budeš musieť na pošte platiť viac. Dbaj na presné **dodržanie termínu** odoslania, riešenia s dátumom poštovej pečiatky po termíne nebudeme opravovať.



Riešenie



Obálka

A ináč ... Ak sa chceš dozvedieť niečo o seminároch pre mladších alebo starších ako *MATIK*, máš nejasnosti v zadaniach, opravených riešeniach, alebo Ťa zaujíma niečo iné, neboj sa opýtať na našej adrese. Budeme radi, keď nám pošleš vlastný

príspevok do časopisu, alebo napišeš len tak, ako sa Ti páči *MATIK*. Poštu pre nás nezabudni vždy označiť heslom „*MATIK*“.

Zadania 1. séria úloh

Úlohy pošlite najneskôr **22. marca 2010**

Štverali sa cez tmavú a pochmúrnu dutinu slepého čreva. Tech N9ne sa cítil ako hlupák, neveril totiž, že na konci by mohli nájsť niečo čo i len vzdialene podobné tomu, o čom hovoril Karcinogén. Podľa jeho názoru bol ten starý somár len fanatick oblubujúci konšpiračné teórie. Okrem toho, teraz by mali niekde bojovať proti vírusu a nie štverať sa cez najzbytočnejšie miesto v ľudskom tele. Mal však smolu, T.J. a Blackzilla ho prehlasovali. Blackzilla si krátil cestu spomienkami z výcvikového tábora. Spomíнал na výber vojakov do prvej línie.

Úloha 1. V prvej skupine ich bolo 16 a veliteľ. Veliteľ sa postavil do stredu kruhu, pričom všetci okolo neho sa zaradom očíslovali od 1 po 16. Do prvej línie mal vybrať siedmich, tak začal odčítavat po siedmich. Koho odpočítal, išiel z kruhu von a bol zaradený do prvej línie. Potom pokračoval v odpočítavaní ďalej od ďalšieho. Nakoniec boli vybrati 2,3,5,10,11,12,15. Od ktorého čísla začal odpočítavat?

T.J. si v mysli vybavoval včerajší mätúci rozhovor s Karcinogénom. Bolo to naozaj nanajvýš divné, ale ako tak o tom uvažoval, veľa vecí naozaj nedávalo zmysel a Karcinogén bol možno ten, kto im otvoril oči. Tak či tak, potreboval vedieť, či naozaj vravel pravdu, nedalo by mu to spávať, keby to nezistil. Karcinogén bol trošku švihnutý, o tom niet pochýb, ale i tak... Napríklad, aby sa s nimi vôbec rozprával, museli vylúštiť ďalšiu jeho hádanku:

Úloha 2. V meste odpadlíkov od revolúcie uznávali iba prvočísla a jednotku, lebo 1 bol kráľ. Iné čísla ako prvočísla a jednotku vedeli zapisovať iba ako ich súčet. Aké najmenšie číslo museli zapisovať ako súčet aspoň troch prvočísel a jednotky? (Nie je nutné použiť jednotku a prvočísla sa v súčte môžu opakovat, vtedy ich počítame za dve alebo viac čísel v súčte.)

„Vrávím vám, to nie je žiadен vírus, to sú obyčajné biele krvinky, ktoré zmutovali vďaka šialeným chemikáliám Dr. Frankensteinia. Čo to nechápete? To, proti čomu ste doteraz bojovali, vôbec neboli vírus, to boli NAŠE biele krvinky, ktoré poznajú krutú pravdu, tak ako ja...“ opakoval Karcinogén už po piaty raz. „Zmutované, nezmutované, robia problémy a treba ich odstrániť,“ tvrdohlavo oponoval Tech N9ne. Blackzilla mu pritakal: „Nezáleží na tom, ako sa volajú, hlavné je, že to ničí organizmus a preto sme tu, aby sme ich zastavili.“ Karcinogén to vzdal. Musí im to povedať na rovinu. Ale najprv bude potrebovať niečo, čím ich presvedčí. Pristúpil preto k trezoru a vytukal kód.

Úloha 3. Kód je štvorciferné číslo deliteľné 7. Súčet prvých dvoch cifier je 10, súčet prostredných dvoch cifier je 10 a súčet posledných dvoch cifier je 9. Aké je to číslo?

Otvoril ho a po chvíli hrabania sa medzi sprejmi všetkých možných farieb vybral dlhé kliešťiky. V momente sa otočil a jedným prudkým pohybom prerazil Tech N9ne-ovi cytoplazmu. Vzapäť ich vytiahol späť a v pinzete držal malé hmýriace sa elektronické zariadenie. Ostatní naňho pozerali s údivom a vôbec netušili, ako majú reagovať. „Viete, čo to je? HÁÁ? Myslel som si... Toto je, milí moji, nanobot, ktorý sa nachádza v každom z vás. Dr. Frankenstein vám ich tam vložil.“ „Ale... Prečo by to robil? Ja... ne...“ T.J. stál ako prikovaný. „Keby demencia kvitla, už by ste boli orchidea... To naozaj nevidíte, že VY ste ten vírus, nikto iný? Myslite si, že vy ste boli vpichnutí spolu s protilátkou? Haha, spolu s vami tu prišiel najlepšie maskovaný vírus v histórii ľudstva, ktorý len čaká na aktiváciu nanobotov a zničí všetko!“ zreval Karcinogén. V tej chvíli sa naňho vrhol Tech N9ne a jeho kamaráti ho ledva stačili udržať. „Čo si to dovoľuješ, ty jeden recidivista! Myslíš, že som nevidel tvoje šialené nákresy na bunkových stenách? Taký pomätenec ako ty ma predsa nebude urážať.“

Úloha 4. Jeden zo šialených výtvorov bol aj na stene Karcinogénovho prístrešku. Vyzeral ako štvoruholník ABCD. Zostrojme postupne osi vnútorných uhlov pri vrcholoch A, B, C, D a označme tieto priamky p , q , r , s . Nech $K = p \cap q$, $L = q \cap r$, $M = r \cap s$ a $N = s \cap p$. (To znamená, že bod K je miestom, kde sa pretnú priamky p a q , bod L miestom, kde sa pretnú priamky q a r , bod M je tam, kde sa pretnú r a s a bod N tam, kde sa pretínajú s a p .) Zistite, aký je súčet protíahlých uhlov v štvoruholníku KLMN a svoju odpoveď poriadne zdôvodnite.

„Hnevajte sa koľko chcete, ja vám ponúkam len svoju pravdu. Dr. Frankenstein plánuje ovládnutie ľudstva pomocou najväčšej pandémie v dejinách. Je to šialenec a vy ho musíte zastaviť! Prosím, vypočujte si ma.“ „Tak teda hovor,“ povedal po krátkej chvíľke zvažovania Blackzilla. „Najprv infikoval toto telo chemikáliou, ktorou máte naplnené aj kyselinové ampulky a granáty. To spôsobilo, že niektoré biele krvinky zmenili svoj vzhlad-zmutovali a ostatné proti nim začali bojať ako proti votrelcom. Potom poslal vás s „protilátkou“, aby ste nadobro skoncovali so všetkým odporom v imunitnom systéme. Keď sa tak stane, aktivuje nanobotov implantovaných do vašich tiel a ovládne vás, nervovú sústavu a aj celého človeka. Medzitým ako vám to tu hovorí, sa v liahni liahnu tisícky nových bojovníkov, ktorí budú slúžiť na infiltráciu ďalšieho človeka.“

Úloha 5. Hierarchia bojovníkov je naozaj veľmi zložitá. Ku každému bojovníkovi A existuje iný bojovník A', ktorý hovorí pravdu v tie dni, keď A klame. Ku každým dvom bojovníkom A a B existuje bojovník C, ktorý hovorí pravdu vo všetkých dňoch, keď A a B súčasne hovoria pravdu a nikdy inokedy. Vraví sa, že nikto z bojovníkov nehovorí pravdu počas všetkých dní. Je táto povera pravdivá? Svoje riešenie nezabudnite poriadne zdôvodniť.

„Musíte zničiť liaheň a vypnúť nanobotov v telách vašich bratov, ináč je toto dieťa stratené, a s ním aj celé ľudstvo.“ „Ako viem, že ti môžeme veriť?“ T.J. stále pochyboval. Je možné, že tento starý blázon hovorí pravdu? „Chodťte a presvedčte sa. Ak sa vrátite zo slepého čreva živí, budem vás tu čakat. Možno už však bude neskoro...“ A tak šli. Už prešli hodný kus cesty a stále nič. Tech N9ne-a už začala prechádzať trpezlivosť. Vtom zrazu narazil do niečoho hlavou. Vyzeralo to ako koniec slepého čreva, ale niečo na tom bolo čudné. Prešiel bičíkom po bunkovej stene a pocítil nerovnosť povrchu. Bola to mriežka.

Úloha 6. Do tabuľky 3×3 treba doplniť navzájom rôzne prirodzené čísla tak, aby sa súčet čísel v každom riadku, stĺpci aj uhlopriečke rovnal 47. Ako to treba urobiť? Svoje riešenie dôkladne zdôvodnite.

Blackzillovi bolo hned' jasné, čo je tabuľka zač. Odsunul bunkovú stenu, keď niečo za ňou cvaklo. Naskytol sa mu nevídať pohľad. Desiatky... Stovky... Tisíce... „Ten starý blázon mal pravdu...“

Za podporu a spoluprácu ďakujeme:



AGENTÚRA
NA PODPORU
VÝSKUMU A VÝVOJA



Korešpondenčný matematický seminár **MATIK**
Číslo 4 • Letná časť 23. ročníka (2009/10) • Vychádza 17. februára 2010
Internet: <http://matik.strom.sk> • E-mail: matik@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice 1
Internet: <http://www.strom.sk> • E-mail: zdruzenie@strom.sk