Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 5 — Ročník 31 matik.strom.sk

Ahojte!

Veľká noc je už za nami, už netreba zapletať korbáče či maľovať vajíčka. Miesto toho si však môžete prečítať tento zbrusu nový (či skôr z tlačiarne nový) časopis. Nájdete v ňom vzorové riešenia a, samozrejme, poradie, ktoré vás snáď motivuje pri riešení druhej série (mimochodom, jej zadania tu nájdete tiež). Prajeme vám ešte veľa rozumu pri riešení druhej série!

Vaši milovaní vedúci *MATIK*a

Ako bude

Posledné voľné miesta na TMM

Na našom jedinečnom letnom Tábore mladých matematikov sú už len posledné voľné miesta. Neváhaj preto, a ak chceš stráviť nezabudnuteľný týždeň, prihlás sa už teraz. Tábor sa bude konať 11. - 19.8.2018 na Počúvadle. Pozvánku aj prihlasovanie nájdeš na našej stránke.

Výlet

Nedokážeš vydržať, kým príde ďalšie sústredko? Potom je tu pre teba jarný výlet, kde sa môžeš stretnúť s ľuďmi, ktorých vídavaš zopárkrát za rok a užiť si s nimi kopec zábavy! Pravdepodobne by si čakal nejakú informáciu o mieste a čase konania, no ako býva zvykom, to sa v tejto chvíli ešte nevie. Preto pozorne sleduj Facebookovú stránku alebo `http://matik.strom.sk`. Tešíme sa na teba! :)

2% z daní

Aj tento rok môžu vaši rodičia venovať 2% zo svojich daní verejnoprospešným organizáciám, ako sme my (dokonca niektorí až 3%).
Chceme vás preto poprosiť, aby ste svojim rodičom či iným členom rodiny porozprávali o našich aktivitách a poprosili ich, aby týmto spôsobom podporili našu dobrovoľnícku činnosť a pomohli tým zabezpečiť chod týchto úžasných seminárov, ktoré tak zbožňujete. Porozprávajte im, čo pre vás znamená sústredenie, čo vám dáva riešenie úloh seminára, a vysvetlite im, že takto podporia aj váš rozvoj a prispejú k zmysluplnému tráveniu vášho voľného času.
Potrebné informácie o tom, ako darovať 2%, nájdete na stránke nášho združenia `https://zdruzenie.strom.sk/sk/zdruzenie/2percenta/` a radi vám odpovieme na ľubovoľné otázky ohľadom našej podpory aj mailom na `info@strom.sk`.
Ďakujeme!

Vzorové riešenia 1. série úloh letného semestra

1 opravovali **Filip Csonka** a **Róbert Sabovčík** — 78 riešení
najkrajšie riešenie: Lucia Zajacová

Zadanie

Máme 2 krabice. V každej je 10 balíčkov korenín. Každý balíček môže obsahovať červené, zelené alebo žlté korenie, ale vždy jednofarebné. V jednej krabici je aspoň 7 balíčkov žltého korenia a v druhej aspoň 4 balíčky červeného. Dokopy je dvakrát viac žltých ako zelených balíčkov. Ukážte, že počet červených balíčkov sa rovná buď počtu žltých, alebo zelených balíčkov.

Riešenie

Najprv si uvedomíme, že krabice sú pre úlohu nepodstatné, zaujíma nás len počet balíčkov, ktorý je $2 \cdot 10 = 20$. Vieme, že žltých je dvakrát viac ako zelených, teda je ich párny počet, lebo ak vynásobíme ľubovoľné prirodzené číslo dvomi, tak dostaneme číslo párne. Taktiež vieme, že žltých je aspoň 7, teda najmenší počet, koľko môže byť žltých, je 8, lebo to je najmenšie párne číslo väčšie ako 7.
Pozrime sa teraz na to, aký je najväčší možný počet žltých balíčkov. Ak by ich bolo 12 a viac, tak potom zelených je $12 : 2 = 6$ alebo viac. Teda žltých a zelených je spolu najmenej 18. To však nemôže platiť, lebo vieme, že červené sú aspoň 4 a dokopy je balíčkov 20 a $18+4 > 20$. Teda žltých balíčkov nemôže byť 12 a ani viac, lebo potom by sa počet červených ešte znižoval, čo sa, ako vieme, nemôže diať.
Poďme sa teda pozrieť na dve možnosti, ktoré nám ostali. Ak je žltých 8, tak zelených je dvakrát menej - 4, a teda červených je $20 - 8 - 4 = 8$, a teda je ich rovnako ako žltých. Ak je žltých 10, tak potom zelených je 5 a červených $20-10-5 = 5$. Teda je ich rovnako veľa ako zelených. A keďže vieme, že iné možnosti nastať nemôžu, tak sme ukázali, že počet červených balíčkov sa vždy rovná počtu zelených alebo žltých balíčkov.

Komentár

S úlohou sa väčšina z vás popasovala dobre a zvládla nájsť aspoň jednu možnosť, pre ktorú zadanie platí. Mnohí z vás však zabudli, že úlohu treba dokázať všeobecne, na čom ste body často stratili. Veľa z vás taktiež pekne dokázalo obmedziť počet rôznych počtov žltých balíčkov, no niektorí z vás zabudli vysvetliť, prečo tento počet obmedzili aj zhora, teda prečo žltých balíčkov nemôže byť viac ako 10. Toto bolo asi najčastejšou chybou, za ktorú sme však nesťahovali až toľko bodov.

2 opravovali **Dano Onduš** a **Gabča Genčiová**

najkrajšie riešenie: Adam Garafa

53 riešení

Zadanie

Okolo okrúhleho stola sedelo desať zamestnancov. Poznáme z nich pána Kotletkina, ktorý mal 26 rokov a pána Čajíkovského, ktorý mal 33. Zaujímalo by ma, či môže byť vek každého zamestnanca sediaceho okolo stola aritmetickým priemerom vekov dvoch kolegov sediacich priamo po jeho ľavici a po pravici. Ak môže, tak nájdite príklad, ako by mohli sedieť zamestnanci okolo stola a napíšte ich veky. Ak nemôže, tak odôvodnite prečo. Veky zamestnancov sú celé čísla.

Riešenie

Veky zamestnancov sediacich pri sebe si označíme zaradom písmenami a až j. Zadanie by bolo možné splniť, ak by mali všetci zamestnanci rovnaký vek, lenže zo zadania vieme, že dvaja zamestnanci majú rôzny vek. Ak by vedľa niekoho sedeli dvaja ľudia s rovnakým vekom, tak vidíme, že následne by už museli mať rovnaký vek úplne všetci. Teda vedľa každého bude sedieť jeden kolega, ktorý je starší a druhý, ktorý je mladší. Zoberme si trojicu zamestnancov s vekmi a, b, c a predpokladajme, že zamestnanec s vekom a je starší ako ten s vekom b a tým pádom zamestnanec s vekom c je mladší ako ten s b, aby mohla byť teoreticky splnená podmienka aritmetického priemeru. Tým pádom to musí platiť aj pre ostatných, čiže zamestnanec s vekom c je starší ako zamestnanec s vekom d, ten je starší ako zamestnanec s vekom e, atď. Z tohto vzťahu si vieme vyvodiť nerovnicu

$$a > b > c > d > e > f > g > h > i > j > a$$

V tejto nerovnici tvrdíme, že zamestnanec s vekom a je mladší, ale zároveň aj starší, ako všetci ostatní, čo nie je možné.

Iné riešenie
Vzhľadom na to, že máme určený vek dvoch zamestnancov, ktorý nie je rovnaký, vieme povedať, že niekto bude určite najstarší. Jeho susedia môžu byť len rovnako starí ako on, alebo mladší. Ak by pri sebe sedelo viacero rovnako starých ľudí, jeden z nich by musel sedieť pri niekom mladšom. To znamená, že tento človek by mal na jednej strane niekoho mladšieho a na druhej by nutne musel mať niekoho staršieho, to ale nemôže, keďže sám je najstarší. Preto aritmetický priemer vekov jeho susedov nemôže byť vek daného človeka.

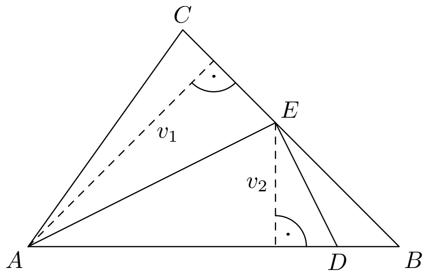
Komentár
Čo sa týka toho, či sa úloha dá splniť, na to ste prišli všetci. Najčastejšie ste strácali body na tom, že ste prišli na nejaké tvrdenia, ale nevysvetlili ste, prečo platia, alebo vaše riešenia neboli všeobecné. Niekoľko z vás postrácalo body na tom, že ste sa rozhodli vyskúšať všetky možnosti, ako môžu daní zamestnanci sedieť, ale do riešenia ste buď nenapísali, ako ste to počítali, alebo ste iba napísali vzorce, no neukázali ste, ako ste ich odvodzovali. Taktiež viacerí ste spravili to, že ste vyskúšali iba jednu možnosť a z tej ste vyvodili, že sa to nedá. S tým súvisí aj to, že poniekoľkí ste si mysleli, že Pán Kotletkin a Čajíkovský musia sedieť vedľa seba, avšak to zadanie neupresňuje.

3 opravovali **Kristín Mišlanová** a **Janči Richnavský**
najkrajšie riešenie: Adam Džavoronok

50 riešení

Zadanie
Reštaurácia mala tvar trojuholníka. Určte obsahy reštauračnej časti, teda štvoruholníka $ADEC$, a kuchyne, teda trojuholníka DBE, ak obsah trojuholníka ABC je 42 a $|AD| : |DB| = 5 : 1$ a $|BE| : |EC| = 4 : 3$

Riešenie



Do náčrtu si vyznačíme úsečku AE. Tá nám rozdelí trojuholník ABC na trojuholník BEA a trojuholník ECA. Zo zadania vieme, že $|BE| : |EC| = 4 : 3$, teda vieme povedať, že úsečka BE sa skladá zo štyroch rovnakých dielov, pričom úsečka EC z troch takýchto dielov. Môžeme teda vyjadriť dĺžky strán ako $|BE| = 4x$ a $|EC| = 3x$. Všimnime si, že v trojuholníku BEA aj trojuholníku ECA máme rovnakú výšku na základňu BE, resp. EC (v_1). Potrebujeme zistiť pomer obsahov týchto trojuholníkov, na čo využijeme vzorec pre výpočet obsahu trojuholníka: $S = \frac{a \cdot v_a}{2}$. Po dosadení pre trojuholníky BEA a ECA dostávame pomer obsahov týchto trojuholníkov:

$$S_{BEA} : S_{ECA}$$

$$S_{BEA} = \frac{|BE| \cdot v_{|BE|}}{2} : \frac{|EC| \cdot v_{|EC|}}{2} = S_{ECA}$$

$$S_{BEA} = \frac{4x \cdot v_1}{2} : \frac{3x \cdot v_1}{2} = S_{ECA}$$

$$S_{BEA} = 4 : 3 = S_{ECA}$$

Ekvivalentnými úpravami prídeme k tomu, že pomer obsahov týchto dvoch trojuholníkov je rovnaký, ako je to v prípade základní. Zo zadania vieme, že spolu majú obsah 42. Obsah je delený v pomere $4 : 3$, teda delený na 7 dielov, to znamená, že jeden diel je $42 : 7 = 6$. Tým pádom $S_{BEA} = 6 \cdot 4 = 24$ a $S_{ECA} = 6 \cdot 3 = 18$.
Teraz sa pozrime na trojuholníky ADE a DBE. Vidíme, že výšku na základňu AD, resp. DB, majú rovnakú (v_2). Rovnakým princípom prídeme na to, že aj tu sa delia obsahy v rovnakom pomere, v akom sa delí strana AB. Tá sa delí v pomere $5 : 1$, teda na 6 dielov. Obsah trojuholníka ABE sme už vypočítali, rovná sa 24. Jeden diel teda bude $24 : 6 = 4$. Obsahy trojuholníkov ADE a DBE sa delia v pomere $5 : 1$, teda na trojuholník DBE pripadá jeden diel, teda $S_{DBE} = 4$. Takto sme vypočítali obsah kuchyne. Obsah reštauračnej časti vypočítame už len odčítaním kuchyne od celého obsahu, teda $42 - 4 = 38$.

Komentár

Pri tomto spôsobe riešenia sa mnoho z vás zaseklo na vysvetlení, prečo sú pomery obsahov trojuholníkov rovnaké ako pomery základní, pričom stačilo zdôvodniť, že výška je v oboch trojuholníkoch rovnaká. Uvedené riešenie nie je ani zďaleka jediným možným riešením tejto úlohy. Mnoho z vás sa rozhodlo zvoliť si cestu podobnosti trojuholníkov. V takom prípade však musíte dostatočne zdôvodniť a ukázať, že trojuholníky, ktoré opisujete, sú naozaj podobné a podľa akých pravidiel sú podobné.

4 opravovali **Erik Berta** a **Martin Števko**

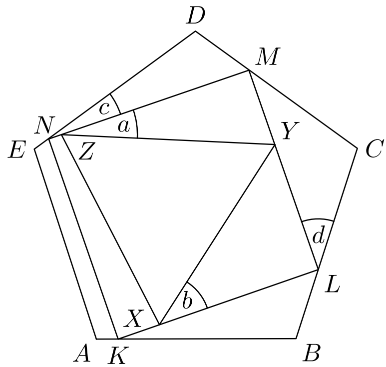
najkrajšie riešenie: Adriana Ňaňková

47 riešení

Zadanie

Na obrázku je stôl tvaru štvorca, ktorého vrcholy sa dotýkajú strán pravidelného päťuholníka. Na štvorcovom stole je položený trojuholníkový obrus tak, že vrcholy tohto rovnostranného trojuholníka sa dotýkajú strán stola. Zistite hodnotu súčtu vyznačených uhlov $a+b+c+d$. Žiaden z uhlov však nemerajte, keďže rysovanie nie je presné, ale súčet uhlov na ktorý sa pýtame vypočítajte.

Riešenie



Body si označíme ako na obrázku. Potrebujeme zistiť súčet $a+b+c+d$, pričom uhly a a b sú pri stranách štvorca a uhly c a d pri stranách päťuholníka, takže si úlohu rozdelíme na dve podúlohy.

1. Zistite súčet uhlov a a b na obrázku.

Všimnime si najprv trojuholník ZYM. Vieme, že súčet vnútorných uhlov trojuholníka je 180°. Potom v danom trojuholníku platí rovnica $180° = a + 90° + |\sphericalangle ZYM|$, keďže jeho vnútorné uhly sú: a, 90° (vnútorný uhol štvorca) a $\sphericalangle ZYM$.

Teraz sa pozrime na trojuholník XLY. Zo súčtu uhlov v tomto trojuholníku platí $180° = b+90°+|\sphericalangle XYL|$, keďže vnútorné uhly tam sú: b, 90° (vnútorný uhol štvorca) a $\sphericalangle XYL$. Sčítame teraz tieto 2 rovnice a upravíme ich tak, aby nám na jednej strane ostal len súčet $a+b$.

$$
\begin{aligned}
360° &= a + b + 180° + |\sphericalangle ZYM| + |\sphericalangle XYL| \\
180° &= a + b + |\sphericalangle ZYM| + |\sphericalangle XYL| \\
a + b &= 180° - (|\sphericalangle ZYM| + |\sphericalangle XYL|)
\end{aligned}
$$

Potrebujeme teda zistiť, aký je súčet $|\sphericalangle ZYM| + |\sphericalangle XYL|$. Uhol $\sphericalangle LYM$ je priamy a uhol $\sphericalangle XYZ$ má veľkosť 60°, keďže je to vnútorný uhol rovnostranného trojuholníka. Potom vidíme, že platí $|\sphericalangle ZYM|+|\sphericalangle XYL| = 120°$, pretože tieto uhly sú so 60° uhlom susedné. Súčet $a+b$ je teda

$$a + b = 180° - (|\sphericalangle ZYM| + |\sphericalangle XYL|) = 180° - 120° = 60°$$

2. Zistite súčet uhlov c a d na obrázku.

Budeme postupovať rovnako ako minule. Všimnime si najprv trojuholník NMD. Vnútorné uhly v ňom sú c, $\sphericalangle NMD$ a 108°, keďže to je vnútorný uhol v päťuholníku. (Poznámka: Ten vyrátame ako 5 (počet vrcholov) krát 180° (súčet vnútorných uhlov v trojuholníku) mínus 360° a to celé deleno 5 (počet vrcholov), lebo ho vieme rozdeliť

na 5 trojuholníkov, z ktorých každý má vrchol v strede a na krajných bodoch jednej zo strán.) V trojuholníku MLC máme vnútorné uhly d, 108° a $\sphericalangle LMC$.
Z poznatkov vyššie dostávame ďalšie 2 rovnice, a to

$$180^\circ = c + 108^\circ + |\sphericalangle NMD| \text{ a } 180^\circ = d + 108^\circ + |\sphericalangle LMC|$$

ktoré sčítame.

$$360^\circ = c + d + 216^\circ + |\sphericalangle NMD| + |\sphericalangle LMC|$$

Uhol CMD je priamy a uhol LMN má 90° (vnútorný uhol štvorca), takže súčet $|\sphericalangle NMD| + |\sphericalangle LMC|$ je $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (susedné uhly). Potom vieme rovnicu vyššie upraviť na tvar

$$360^\circ = c + d + 216^\circ + 90^\circ$$
$$54^\circ = c + d$$

Sčítaním $a + b$ a $c + d$ teda dostávame výsledný súčet, a to $60^\circ + 54^\circ = 114^\circ$.

Komentár

Úlohu ste vo všeobecnosti riešili veľmi dobre. Problémy sa vyskytli občas pri vysvetľovaní a opisovaní vášho riešenia, keď ste sa snažili pracovať s rôznymi útvarmi na obrázku. Každá geometrická úloha by preto mala obsahovať obrázok. Uľahčí to prácu aj vám, aj nám. Za to sme ale body nestrhávali. Väčšina z vás stratila veľa bodov, keď ste predpokladali a nedokázali, že AE a KN sú rovnobežné.

5 opravovali **Peťo Kovács** a **Maťo Gbúr**

najkrajšie riešenie: Natália Brezinová

69 riešení

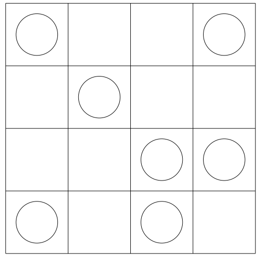
Zadanie

Do taniera s mriežkou 4×4 chceme podávať niekoľko kusov koláčov. Vieme, že v noci príde pán Oven a zje koláče v dvoch riadkoch a dvoch stĺpcoch. Koľko najmenej koláčov musíme podávať na tanier, aby po nočnom nájazde pána Ovena ostal ráno aspoň jeden kus koláča na tanieri pre pani Ovenovú?

Riešenie

Pri šiestich koláčoch vieme z Dirichletovho princípu, že sa aspoň v jednom riadku, resp. stĺpci, budú nachádzať 2 koláče. Buď budú 2 dvojkoláčové riadky alebo miesto nich trojkoláčový a jednokoláčový riadok. V oboch prípadoch zje pán Oven tieto 4 koláče pomocou dvoch hltov (nech je jeden hlt zjedenie jedného riadka alebo stĺpca) a na zvyšné 2 koláče mu ostane tretí a štvrtý hlt. Vidíme, že ak budeme podávať 6 alebo menej koláčov, pani Ovenovej nič nezostane.
Pri podávaní 7 koláčov to ale vieme usporiadať tak, aby v každom riadku/stĺpci boli najviac 2 koláče. Bez ujmy na všeobecnosti predpokladajme, že najprv bude hltať stĺpce (inak by sme iba otočili plech). Dvoma hltmi vie pán Oven zjesť najviac 4 koláče. Zvyšné 3 koláče potom musia byť v troch rôznych riadkoch. Vtedy by pánovi Ovenovi nestačili na zjedenie všetkého 4 hlty.

Koláče teda musíme rozmiestniť tak, aby sa pozície koláčov v ľubovoľných dvoch stĺpcoch zhodovali najviac v jednej. To vieme docieliť napríklad takto:



Komentár

Úloha mala 3 dôležité časti. Ukázať, že na menej ako na 7 koláčov sa to nedá, ako vyzerá riešenie a prečo to riešenie funguje. Väčšine riešiteľov chýbala aspoň jedna z týchto častí. Zopár riešiteľov sa snažilo možnosti nejako vyskúšať, to však skoro vždy viedlo k nesprávnemu riešeniu.

6 opravovali **Žanetka Semanišinová** a **Jakub Farbula**

najkrajšie riešenie: Oskar Hritz

53 riešení

Zadanie

Majme sedem celých čísel takých, že súčet ľubovoľných šiestich z nich je deliteľný piatimi. Dokážte, že potom každé z čísel musí byť deliteľné piatimi.

Riešenie

Čísla si označme a, b, c, d, e, f a g. Vieme, že nech si vyberieme akúkoľvek šesticu z týchto čísel, ich súčet bude stále deliteľný 5. Každé z týchto čísel je tvaru $5k + x$, kde k je celé číslo a x je zvyšok čísla po delení 5 (čiže x je jedno z čísel 0,..., 4).
Vyberme si náhodnú šesticu a, b, c, d, e, f, kde každé jedno číslo má zvyšok x_a,..., x_f. Súčet šestice čísel si vyjadríme ako:
$(5k_a + x_a) + (5k_b + x_b) + (5k_c + x_c) + (5k_d + x_d) + (5k_e + x_e) + (5k_f + x_f) = 5(k_a + k_b + k_c + k_d + k_e + k_f) + x_a + x_b + x_c + x_d + x_e + x_f = 5k +$ súčet zvyškov, kde x_a, x_b, x_c, x_d, x_e, x_f je 0, ..., 4.
Ak je celý súčet deliteľný 5 a dá sa rozložiť na súčet $5k +$ súčet zvyškov, tak musí platiť, že súčet všetkých šiestich zvyškov je deliteľný 5. Zároveň, keď vymeníme ľubovoľné číslo za číslo g (napríklad a za g), tak sa musí deliteľnosť 5 zachovať, preto nutne zvyšok $x_a = x_g$. Toto musí platiť pre ľubovoľnú dvojicu čísel, pretože si vyberáme ľubovoľnú šesticu, a teda g môžeme zameniť za ľubovoľné číslo. Z toho vyplýva, že všetky čísla majú rovnaký zvyšok po delení 5, označme si ho x.
V šestici čísel máme tento zvyšok šesťkrát, vyjadrený je teda ako $6x$. Zároveň vieme, že súčet zvyškov je deliteľný 5. $6x$ je deliteľné 5 práve vtedy, ak x je deliteľné 5. Keďže x je niektoré z čísel $0, \dots, 4$, a zároveň je deliteľné 5, $x = 0$.
Keďže každý zvyšok po delení 5 je rovný 0, tak každé číslo je deliteľné 5.

Komentár

Myšlienku úlohy sa podarilo uchopiť mnohým z vás, jej značnú časť však tvorí aj poriadne vysvetlenie jednotlivých krokov. Z tých zásadnejších je dôležité si rozmyslieť, napríklad, že rozdiel dvoch čísel je deliteľný piatimi práve vtedy, keď majú rovnaký zvyšok po delení piatimi (nemusia byť na to obe deliteľné). Až tá špecifická vlastnosť, že súčet práve šiestich čísel je deliteľný piatimi, spôsobí, že tie zvyšky sú nutne nulové. Na záver nezabúdajte, že vyskúšanie niekoľkých konkrétnych prípadov nie je dobrou cestou k vysokým počtom bodov, dokonca ani vtedy, ak na ňom ukazujete princíp všeobecného riešenia.

Autori vzorových riešení: Žaneta Semanišinová, Henrieta Micheľová, Roman Staňo, Kristína Mišlanová, Peter Kovács, Jakub Genči

Zadania 2. série úloh letného semestra

Riešenia pošlite najnekôr do **30. apríla 2018**

Úloha 1

Daný je rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB dĺžky 12 cm a výškou o polovicu menšou. Body K, L ležia v tretine strán AC a BC bližšie k vrcholom A a B. Vypočítajte obsah obdĺžnika $GFLK$, ak F, G ležia na strane AB.

Úloha 2

Obrazy sú označené číslami $1, 2, \ldots, 25$ a sú rozmiestnené do piatich riadkov a piatich stĺpcov štvorcovej mriežky 5×5. Uvažujme súčty čísel v každom riadku a každom stĺpci. Medzi týmito desiatimi hodnotami sú párne čísla (párne súčty) a nepárne čísla (nepárne súčty). Označme p súčet všetkých párnych súčtov a n súčet všetkých nepárnych súčtov. Môžu byť čísla $1, 2, \ldots, 25$ rozmiestnené do mriežky tak, aby platilo $p = n$?

Úloha 3

Hra vyzerala nasledovne: Guličky usporiadali do troch skupín o počte 11, 12 a 13. Bet a Moc mali za úlohu ich všetky postupne zobrať a hrali hru na ťahy. Ťah vyzeral tak, že ten, kto bol na rade, musel zobrať dve guličky, každú z inej skupiny. Kto nemohol zahrať takto predpísaný ťah, prehral. Nájdite výhernú stratégiu pre niektorého z hráčov. (Výhernou stratégiou rozumieme návod, ako má hráč hrať, aby vždy vyhral, nech ten druhý hrá akokoľvek.)

Úloha 4

Babka Eva Rosina a jej vnuk Moc majú narodeniny v rovnaký deň. Pri šiestich po sebe idúcich oslavách narodenín bol babkin vek vždy deliteľný vekom Moca. Koľké narodeniny oslavovala babka na poslednej z týchto šiestich osláv? Babka nemá viac ako 100 rokov a veky sú celé čísla. Nezabudnite nájsť všetky možnosti a odôvodniť, že iné neexistujú.

Úloha 5
Na papieriku stálo: usporiadaný rad čísel obsahuje čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 v nejakom poradí. Každé číslo tohto radu, okrem prvého, delí súčet všetkých predchádzajúcich čísel znížený o 1. Ktoré čísla môžu byť posledné v rade, ak je prvým číslom sedmička?

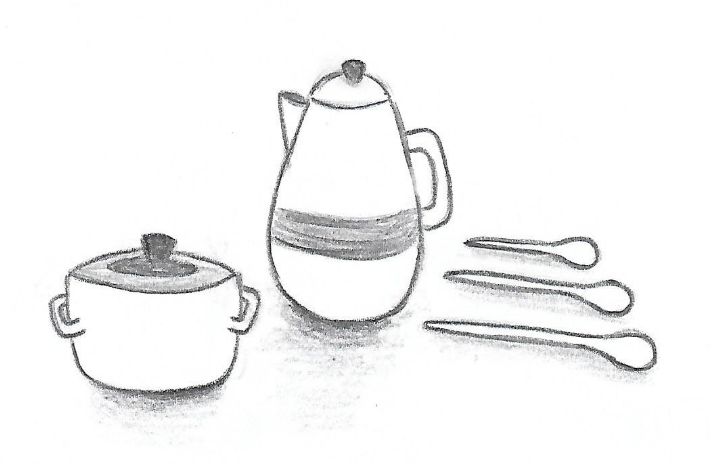
Úloha 6
Štvorec $ABCD$ má veľkosť strany 6 cm. Stredy strán AB a AD označme ako body E a F. Úsečky CF a DE rozdelia štvorec na štyri útvary. Vypočítajte obsahy týchto útvarov.

Poradie po 1. sérii letného semestra

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
1. - 3.	Adam Garafa	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	9	9	0	**54**
	Oskar Hritz	Z8	ZPoliKE	9	9	9	9	8	9	0	**54**
	Karin Eštoková	Z8	ZBeleKE	9	9	7	9	9	9	0	**54**
4.	Matúš Masrna	Z9	ZKro4KE	9	9	9	9	8	9	0	**53**
5.	Matej Šoltés	Z7	GTrebKE	9	7	9	8	1	9	0	**51**
6. - 7.	Radoslav Jochman	Z9	GAlejKE	9	9	9	9	5	9	0	**50**
	Samuel Osuský	Z7	ZDrJDMA	9	7	8	9	8	7	0	**50**
8. - 9.	Ľubomír Vargovčík	Z8	ZKe30KE	9	8	7	9	1	9	0	**49**
	Martin Kopčány	Z8	GJChaBR	9	8	7	8	8	8	0	**49**
10. - 12.	Štefan Vašak	Z8	ZKe30KE	9	6	9	9	2	9	0	**48**
	Miriam Horváthová	Z8	ZKomeMI	9	7	2	9	8	8	0	**48**
	Natália Brezinová	Z8	ZBrusKE	9	6	9	9	9	-	0	**48**
13.	Sara Gašparová	Z8	GABerSC	9	6	5	9	8	9	0	**47**
14. - 16.	Tomáš Gaja	Z7	ZKro4KE	9	8	9	9	1	-	0	**45**
	Adriana Ňaňková	Z7	ZZaVoSL	9	9	9	9	0	0	0	**45**
	Jakub Kulka	Z7	ZDrienov	9	9	9	-	0	9	0	**45**
17. - 18.	Adam Čabrák	Z9	ZKro4KE	9	9	5	9	-	9	0	**41**
	Klára Ištoková	Z9	GVMKoSD	9	9	4	9	9	1	0	**41**
19. - 20.	Erik Jochman	Z7	GAlejKE	7	4	7	9	4	1	0	**40**
	Ela Vojtková	Z9	GAMČA	9	8	9	9	0	5	0	**40**
21.	Simona Dučaiová	Z9	ZTomáKE	9	6	9	9	0	6	0	**39**
22.	Karol Jakubčák	Z8	ZKro4KE	8	9	-	9	4	4	0	**38**
23. - 26.	Simona Gibalová	Z9	GAlejKE	9	8	6	9	2	3	0	**37**
	Adela Horváthová	Z7	ZDnepKE	9	6	3	9	0	1	0	**37**
	Tereza Kostiviarová	Z7	ZTSNPBB	6	2	3	9	5	5	0	**37**
	Adam Džavoronok	Z8	ZSlobKE	9	3	9	9	0	4	0	**37**
27. - 28.	Bianka Gurská	Z7	GAlejKE	9	5	3	9	-	1	0	**36**
	Patrik Sremaňák	Z8	ZKro4KE	9	9	9	9	-	-	0	**36**
29.	Erik Novák	Z9	ZKro4KE	9	9	9	8	-	-	0	**35**
30. - 32.	Martin Kliment	Z9	EGJAK	4	6	5	9	0	9	0	**33**
	Terézia Stanová	Z7	EGJAK	9	5	0	9	1	-	0	**33**
	Eduard Fedorčuk	Z7	EGJAK	8	6	0	9	0	1	0	**33**
33.	Ján Brajerčík	Z7	ZŠmerPO	9	2	1	5	5	-	0	**31**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
34. - 36.	Zuzana Kudláčová	Z8	GAlejKE	7	9	3	9	1	-	0	**30**
	Jakub Blišťan	Z7	GAlejKE	9	1	-	6	4	1	0	**30**
	Branislav Ječim	Z7	ZOKožSN	9	5	1	3	3	0	0	**30**
37.	Patrícia Gondášová	Z7	ZMRŠLC	9	1	5	5	0	-	0	**29**
38.	Eva Hricová	Z7	ZMRŠLC	9	1	4	5	0	-	0	**28**
39. - 40.	Ivonne Hančikovská	Z7	ZKro4KE	9	-	6	-	1	1	0	**26**
	Petra Suchá	Z8	ZFKrážZC	9	4	-	0	4	9	0	**26**
41. - 42.	Alica Kvasňáková	Z7	ZOKožSN	9	7	-	-	-	0	0	**25**
	Michal Krivošík	Z9	GVMKoSD	3	1	9	9	0	3	0	**25**
43.	Olívia Jánošíková	Z7	ZKro4KE	9	5	-	0	0	1	0	**24**
44.	Matúš Mandzák	Z7	ZKro4KE	8	-	-	7	0	-	0	**23**
45.	Ján Petrus	Z7	ZPlavnica	7	-	-	5	3	0	0	**22**
46.	Samuel Kačenga	Z9	ZOKožSN	9	7	5	-	0	-	0	**21**
47.	Miroslav Chodúr	Z7	ZMRŠLC	7	1	4	-	0	-	0	**19**
48. - 49.	Matej Kundrík	Z7	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	0	**18**
	Lucia Zajacová	Z8	ZOKožSN	9	-	8	-	1	-	0	**18**
50. - 51.	Barbara Michalíková	Z8	ZKro4KE	6	5	-	-	1	5	0	**17**
	Barbora Gbúrová	Z8	ZKro4KE	9	-	8	-	-	-	0	**17**
52. - 54.	Petra Chomová	Z7	ZKro4KE	8	-	-	-	0	0	0	**16**
	Tereza Pažinová	Z7	ZKro4KE	8	-	-	-	0	-	0	**16**
	Šimon Kirňák	Z7	ZOKožSN	5	2	-	-	3	1	0	**16**
55. - 57.	Sophia Sabovčíková	Z8	ZKro4KE	8	1	3	3	0	0	0	**15**
	Katarína Sedláková	Z7	GAlejKE	7	-	-	-	1	-	0	**15**
	Nikoleta Janotíková	Z8	ZKomeDK	9	4	-	2	-	-	0	**15**
58. - 59.	Tomáš Vysoký	Z7	ZKro4KE	-	3	-	5	-	-	0	**13**
	Silvia Čobanová	Z7	ZKro4KE	6	-	-	-	1	-	0	**13**
60. - 61.	Ivan Marianek	Z7	3ZPJ2ZV	-	-	5	-	0	2	0	**12**
	Martin Gubik	Z8	ZKro4KE	8	-	-	-	4	-	0	**12**
62.	Alena Závodníková	Z7	ZKro4KE	5	-	-	-	1	-	0	**11**
63. - 65.	Richard Gerboc	Z8	ZŠtefHE	9	0	0	-	0	1	0	**10**
	Eliška Forgáčová	Z7	ZFKrážZC	3	3	-	-	1	0	0	**10**
	Tomáš Hamrák	Z8	ZOKožSN	9	-	-	-	1	0	0	**10**
66. - 67.	Pavol Liščinský	Z8	ZKro4KE	9	-	-	-	0	-	0	**9**
	Adriana Skutilová	Z7	GVMKoSD	4	1	0	0	0	0	0	**9**
68. - 71.	Pavol, Alexander Komloš	Z6	ZKro4KE	-	-	-	-	4	0	0	**8**
	Veronika Cipková	Z6	ZKro4KE	4	-	-	-	0	-	0	**8**
	Boris Pasterňak	Z7	ZKro4KE	4	-	-	-	-	0	0	**8**
	Juliána Dovalová	Z8	ZOKožSN	7	-	-	-	1	-	0	**8**
72. - 73.	Samuel Petroc	Z8	ZKro4KE	-	-	-	-	-	7	0	**7**
	Barbara Birošová	Z8	ZOKožSN	6	-	-	-	1	-	0	**7**
74. - 76.	Jakub Imrich	Z7	ZKro4KE	2	-	-	-	1	-	0	**5**
	Michal Dvořáček	Z7	ZKro4KE	2	-	1	-	0	0	0	**5**
	Miloš Neuvirth	Z9	ZOKožSN	4	-	-	1	-	-	0	**5**
77. - 78.	Adam Kvasňák	Z8	ZOKožSN	4	-	-	-	0	-	0	**4**
	Oliver Hošík	Z8	ZOKožSN	4	-	-	-	-	-	0	**4**
79. - 81.	Oliver Demjan	Z8	ZKro4KE	3	-	-	-	-	0	0	**3**
	Elena Hanusová	Z8	ZKro4KE	2	-	-	-	1	-	0	**3**
	Tomáš Hasaj	Z8	ZOKožSN	3	0	-	-	-	-	0	**3**
82.	Blanka Michalíková	Z8	ZAJHZRV	1	-	0	-	0	0	0	**1**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	PS	CS
83. - 86.	Oliver Orosz	Z8	ZKro4KE	-	-	-	-	-	0	0	**0**
	Branislav Knap	Z8	ZKro4KE	-	-	0	-	-	0	0	**0**
	Maximilian Bak	Z7	ZKro4KE	-	-	-	-	0	0	0	**0**
	Daniela Hágovská	Z9	ZOKožSN	-	-	-	-	0	-	0	**0**



Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 5 • Apríl 2018 • Letný semester 31. ročníka

Internet: `matik.strom.sk`
E-mail: `matik@strom.sk`

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM
ĽUDSKÉ ZDROJE

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk