Korešpondenčný Matematický Seminár

MATIK

Číslo 6 — Ročník 36 matik.strom.sk

Ahoj!

Je tu ďalší časopis MATIKa, ktorý prináša vzorové riešenia druhej série. Okrem toho, že je posledný v tomto semestri, je výnimočný aj tým, že s ním prichádzajú aj pozvánky pre tých najšikovnejších z vás. Tí sa môžu tešiť na odmenu vo forme týždňového netradičného sústredenia v obklopení skvelými účastníkmi a vedúcimi. Ak sa Ti tam tentoraz nepodarilo dostať, nezúfaj. Pevne veríme, že nabudúce sa s Tebou uvidíme!

vedúci MATIKa

Ako bude

Tábor mladých matematikov

Už tradične aj toto leto budeme organizovať Tábor mladých matematikov, ktorý sa uskutoční na Chate Slaná Voda v termíne 8. až 15. augusta 2023.
Nevieš, čo je to Tábor mladých matematikov, skrátene TMM? Je to tábor, ktorý je určený pre súčasných šiestakov základných škôl až prvákov stredných škôl (a samozrejme tomu ekvivalentné ročníky viacročných gymnázií). Programom sa veľmi podobá na naše sústredenia, ktoré máte všetci tak radi, ale TMM je o 2 dni dlhšie, takže aj o 2 dni lepšie! Pozvánku s podrobnými informáciami a prihlasovací formulár nájdeš na `https://matik.strom.sk/tmm/`. S prihlasovaním však dlho neotáľaj, kapacita tábora je obmedzená. Tešíme sa na Tvoju účasť!

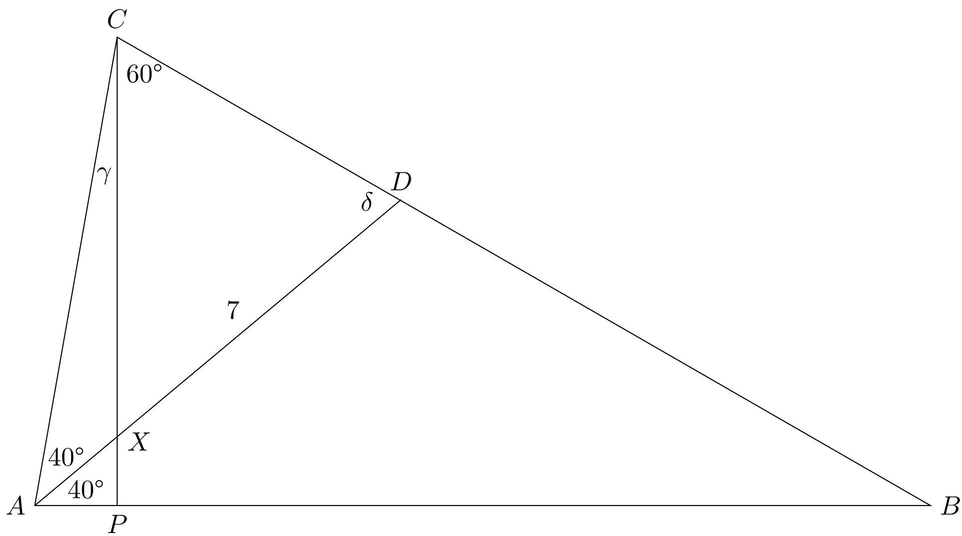
Vzorové riešenia 2. série úloh letného semestra

1 opravovali: **Bianka Gurská** a **Viliam Geffert** 44 riešení
najkrajšie riešenie: Barbora Brindžáková

Zadanie

Astronomička Astarte pozorovala hviezdy, keď zrazu uvidela zvláštny útvar. Tvoril ho trojuholník ABC taký, že veľkosť uhla pri vrchole A bola 80 stupňov. Os tohto uhla pretľala stranu BC v bode D a dĺžka AD bola 7. Aká je dĺžka strany AC, ak výška z bodu C na stranu AB zviera so stranou CB 60 stupňov?

Riešenie



Pozrime sa na uhly v trojuholníku APC. Zo zadania vieme, že $|\angle BAC| = 80°$. Nech bod P je pätou výšky z bodu C na stranu AB. Z vlastností výšky teda vyplýva, že $|\angle APC| = 90°$. Poznáme dva uhly v trojuholníku APC, a tak si vieme dopočítať aj tretí. Veľkosť uhla $\gamma = 180° - 90° - 80° = 10°$. Pozrime sa teraz na uhly v trojuholníku ADC. V tomto trojuholníku už poznáme dva uhly ($|\angle DAC| = 40°$ a $|\angle ACD| = 60° + \gamma = 70°$), a teda si môžeme dopočítať tretí (δ). Veľkosť uhla $\delta = 180° - 70° - 40° = 70°$. Môžeme si všimnúť, že uhly pri vrcholoch C a D sú rovnaké. Z vlastností trojuholníka tak vieme povedať, že trojuholník ADC je rovnoramenný so základňou CD a s ramenami AC a AD. Vieme, že musí platiť $|AC| = |AD| = 7$.

Komentár

Veľmi nás teší, že tak veľa z vás túto úlohu vyriešilo na plný počet bodov. V niektorých riešeniach ale chýbal náčrt úlohy, čo v tomto prípade nebol až tak veľký problém, nakoľko išlo o jednu z ľahších úloh. Pri náročnejších zadaniach sa však takýto nákres určite oplatí, aby opravovatelia vedeli, čo ste ako označili a ako ste zmýšľali. Taktiež by sme vám chceli poradiť, aby ste sa nespoliehali na rysovanie geometrických úloh. Rysovanie zadania vám vie pomôcť pri predstave daného útvaru, určite však nestačí hľadanú vzdialenosť len odmerať, keďže rysovanie nemusí byť (a zväčša ani nie je) presné. :)

2

opravovali: **Oskar Cacara** a **Paťo Paľovčík**

najkrajšie riešenia: Ala Bálintová a Hanka Erdélyiová

45 riešení

Zadanie

V hlavnom paláci sa mení podlaha. Máme sadu tromina - dlaždice sú tvorené tromi štvorčekovými dielikmi zlepenými na stranách buď do tvaru písmena L alebo do tvaru písmena I. Našim cieľom je tieto dlaždice poskladať tak, aby tvorili štvorce. Najviac koľko štvorcov s rôznymi dĺžkami strán môžeme naraz postaviť s použitím najviac 1000 dlaždíc?

Riešenie

Prvá vec, ktorú si musíme uvedomiť je, že keďže vypĺňame štvorce dlaždicami tvorenými tromi štvorčekmi, celkový počet štvorčekov v našom štvorci musí byť deliteľný tromi. Počet štvorčekov v štvorci si vieme vyjadriť ako druhú mocninu strany, to znamená stranu vynásobenú sebou samou. Hľadáme teda také druhé mocniny, ktoré sú deliteľné číslom tri. Keďže číslom tri sú deliteľné len čísla, v ktorých prvočíselnom rozklade sa nachádza číslo tri, štvorce, ktoré hľadáme budú práve štvorce, ktorých strana bude dlhá tri alebo násobok troch. Teraz chceme dokázať, že všetky takéto štvorce vieme takýmito dlaždicami vytvoriť. Najprv začneme štvorcom 3x3. Ten vieme vyskladať veľmi jednoducho pomocou troch dlaždíc v tvare I. No a keďže všetky väčšie štvorce budú mať veľkosť $3n \cdot 3n = n \cdot n \cdot 3 \cdot 3$, tak ich vieme vyskladať takým spôsobom, že urobíme štvorec $n \cdot n$ zo štvorcov $3 \cdot 3$. Na koniec nám už len stačí zistiť, najviac koľko rôznych štvorcov má dokopy menej ako 1000 dlaždíc. Keď teda začneme sčítavať počty dlaždíc od najmenších štvorcov, ktoré nám vyhovujú, dostaneme $1^2 \cdot 3 + 2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 3 + 4^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 3 + 6^2 \cdot 3 + 7^2 \cdot 3 + 8^2 \cdot 3 + 9^2 \cdot 3 = 855$, ak by sme k tomu prirátali ďalšie číslo, ktorým je $10^2 \cdot 3 = 300$, tak by sme prekročili hranicu 1000, a teda odpoveď je 9 štvorcov.

Komentár

Väčšina z vás dospela k správnemu riešeniu, ale mnohí z vás neukázali, ako sa dajú dané vyskladateľné štvorce skutočne vyskladať, prípadne neukázali, prečo iné ako tie, čo majú dĺžky strany násobkom trojky vyskladať nepôjdu. Sú to síce detaily, ktoré sú často celkom očividné, ale je dobré ich aspoň stručne popísať. Niektorí z vás prečítali zadanie mierne zle, teda nepočítali s 1000 dlaždicami ale s celkovým obsahom 1000, prípadne nerátali, že tieto štvorce majú byť skladané naraz. Za takéto chyby sme strhávali len 1 bod, ale je užitočné si zadanie prečítať poriadne.

3 opravovali: **Martin „Šmili“ Šmilňák** a **Rišo Vodička**

najkrajšie riešenia: Rišo Prikler a Hanka Erdélyiová

49 riešení

Zadanie

Stavitelia pyramídy sa rozhodli podpísať sa do hrobky svojimi obľúbenými číslami. Prvý staviteľ napísal žltou kriedou prirodzené trojciferné číslo tvorené navzájom rôznymi nenulovými ciframi. Potom druhý staviteľ na hrobku bielou kriedou vypísal všetky ďalšie trojciferné čísla, ktoré možno získať zmenou poradia cifier žltého čísla. Potom podčiarkol každé číslo, ktoré bolo menšie ako žlté číslo. Podčiarknuté čísla boli práve tri a ich aritmetický priemer bol 205. Aritmetický priemer všetkých čísiel na hrobke bol 370. Určite hodnotu žltého čísla.

Riešenie

Najprv si všimneme, že každé číslo na hrobke je zložené z troch rovnakých cifier. Označme si tieto cifry a, b, c. Počet všetkých rôznych čísel, ktoré vieme z týchto cifier vytvoriť je 6, konkrétne čísla $\overline{abc}$, $\overline{acb}$, $\overline{bac}$, $\overline{bca}$, $\overline{cab}$, $\overline{cba}$. Tieto cifry sú rôzne, takže môžeme predpokladať, že platí $a < b < c$. Potom vieme týchto 6 čísel usporiadať podľa veľkosti, a to nasledovne:

$$\overline{abc} < \overline{acb} < \overline{bac} < \overline{bca} < \overline{cab} < \overline{cba}$$

Keďže sú práve 3 čísla menšie než žlté číslo, tak vieme povedať, že žlté číslo je číslo $\overline{bca}$. Teda tri menšie čísla budú čísla $\overline{abc}$, $\overline{acb}$, $\overline{bac}$. Vieme, že priemer týchto čísel je 205. Ten vieme zapísať ako:

$$\frac{\overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac}}{3}$$

Číslo $\overline{abc}$ má cifru a na mieste stoviek, cifru b na mieste desiatok a cifru c na mieste jednotiek. Toto číslo teda vieme zapísať ako $100a + 10b + c$. Rovnakým spôsobom vieme zapísať aj ostatné čísla. Z nášho aritmetického priemeru dostaneme:

$$\frac{100a + 10b + c + 100a + 10c + b + 100b + 10a + c}{3} = \frac{210a + 111b + 12c}{3}$$

Z výrazu v čitateli vieme vybrať 3 pred zátvorku a dostaneme tak:

$$\frac{3(70a + 37b + 4c)}{3} = 70a + 37b + 4c$$

Keďže tento aritmetický priemer sa rovná 205, tak vieme že platí rovnica:

$$70a + 37b + 4c = 205$$

Rovnakým spôsobom si zapíšeme aj priemer všetkých čísel. V súčte všetkých čísel sa každá cifra nachádza dvakrát na mieste stoviek, dvakrát na mieste desiatok a dvakrát na mieste jednotiek. Ak všetky čísla sčítame, dostaneme súčet $222a+222b+222c$. Priemer bude:

$$\frac{222a + 222b + 222c}{6} = 37a + 37b + 37c$$

Vieme o ňom, že sa rovná 370, a teda dostávame druhú rovnicu a to:

$$37a + 37b + 37c = 370$$

Máme dve rovnice. Najprv odčítame prvú od druhej. Dostaneme tak $33c - 33a = 165$, čo po vydelení celej rovnice číslom 33 dáva $c - a = 5$. Druhú rovnicu vieme vydeliť číslom 37 a dostaneme rovnicu $a+b+c = 10$. Vieme, že a je najmenšia cifra a všetky cifry sú rôzne. Ak by a bolo aspoň 3, tak b by bolo aspoň 4 a c aspoň 5. Ich súčet by bol aspoň 12, čo je viac než 10, a tak a musí byť menej než 3. Keďže a je nenulová cifra, tak máme len dve možnosti a to $a = 2$ a $a = 1$

- Ak $a = 2$. Využijeme, že platí $c - a = 5$. Ak $a = 2$, tak c musí byť 7. Keďže $a + b + c = 10$, tak $b = 1$, čo ale nevyhovuje, lebo b musí byť väčšie než a. Táto možnosť nesedí.

- Ak $a = 1$. Znovu využijeme, že platí $c - a = 5$. Ak $a = 1$, tak c musí byť 6. Keďže $a + b + c = 10$, tak $b = 3$. Pre túto trojicu už platí $a < b < c$. Overme si ju ešte skúškou v prvej rovnici. Máme tam $70 \cdot 1 + 37 \cdot 3 + 4 \cdot 6$. Ak zrátame tento súčet dostaneme naozaj 205, čiže táto trojica vyhovuje. Vieme, že žlté číslo je $\overline{bca}$, takže máme jedinú možnosť, a to že žlté číslo je číslo 361.

Komentár

Na riešeniach tejto úlohy nás potešil nie len ich počet, ale aj to, koľkými rôznymi spôsobmi sa vám podarilo dopracovať ku výsledku. Úloha sa naozaj dala rozobrať z mnohých strán. Veľa z vás sa ju snažilo riešiť priamym rozborom všetkých možností. Pri takom postupe si ale treba dávať pozor, aby ste žiadnu možnosť nevynechali. Práve za takéto chyby sme najčastejšie strhávali body.

4 opravovali: **Ľubo Vargovčík** a **Martin „Iskra“ Dudjak** 39 riešení
najkrajšie riešenie: Ala Bálintová

Zadanie

Na večierok na Níle prišlo niekoľko párov, pričom pár vždy tvoril muž a žena. Hlavný bubeník spočítal, koľkými rôznymi spôsobmi mohol tancovať nejaký muž s nejakou ženou a výsledok zapísal na papyrus. Potom spočítal, koľkými spôsobmi mohli tancovať osoby rovnakého pohlavia a výsledok zapísal na papyrus. Po chvíli z večierku odišli 3 páry a hlavný bubeník postup zopakoval. Takto boli na papyruse napísane 4 čísla, pričom jedno z nich bolo 100. Aké boli zvyšné 3 čísla? Nájdite všetky možnosti a dokážte, že žiadne iné nie sú.

Riešenie

Označme pôvodný počet žien ako n. Mužov bolo rovnako veľa, teda aj mužov bolo pôvodne n. Počet možností, ako mohol tancovať muž so ženou je preto $n \times n$, čo je n^2. Počet možností, ako mohli pôvodne tancovať 2 muži vieme označiť takto: $\frac{n(n-1)}{2}$ a rovnako to platí aj pre ženy. Aby sme dostali celkový počet možností pre mužov aj ženy dokopy, musíme tieto údaje sčítať, a preto dostaneme: $\frac{n(n-1)}{2} \times 2$, čiže po úprave $n(n-1)$.

Po tom, ako odišli 3 páry sa počet osôb oboch pohlaví zmenšil o 3, takže mužov i žien bolo $n-3$. Počet možností, ako mohol nejaký muž tancovať s nejakou ženou potom preto bol $(n-3)(n-3)$, čo je $(n-3)^2$. Osoby rovnakého pohlavia mohli tancovať $\frac{(n-3)(n-4)}{2} \times 2$, čo je $(n-3)(n-4)$ spôsobov.

Zo zadania vieme, že jedna z hodnôt n^2, $n(n-1)$, $(n-3)^2$, $(n-3)(n-4)$ nadobúda hodnotu 100. Pri $n(n-1)$ a $(n-3)(n-4)$ ide o súčin dvoch po sebe idúcich čísel. Číslo 100 vieme na dva činitele rozložiť iba ako 1×100, 2×50, 4×25, 5×20 alebo 10×10. Vidíme, že ani jedna možnosť neobsahuje dve po sebe idúce čísla, čiže hodnotu 100 môže mať iba jedno z dvojice n^2 alebo $(n-3)^2$.

- Ak $n^2 = 100$, tak $n = 10$. Potom $n(n-1) = 10 \times 9 = 90$, $(n-3)^2 = 7^2 = 49$ a $(n-3)(n-4) = 7 \times 6 = 42$.
- Ak $(n-3)^2 = 100$, tak $n = 13$, z toho $n^2 = 13^2 = 169$, $n(n-1) = 13 \times 12 = 156$ a $(n-3)(n-4) = 10 \times 9 = 90$.

Zvyšné tri čísla mohli byť buď $90, 49, 42$, alebo $169, 156, 90$.

Komentár

Vyriešiť túto úlohu pre mnohých z vás nebol problém, avšak napriek tomu, že ste zjavne vedeli, ako ju riešiť ste viacerí robili dve opakujúce sa chyby. Prvou z nich bolo, že ste nedokázali, prečo nemôže byť 100 počet spôsobov, ako mohli tancovať osoby rovnakého pohlavia.
Druhou najčastejšou chybou bolo, že ste vyrátali, koľkými spôsobmi môžu tancovať spolu buď muži, alebo ženy. Zadanie sa však pýtalo na všetky osoby rovnakého pohlavia, čiže aj mužov a ženy, takže bolo treba tieto počty sčítať resp. vynásobiť dvoma.

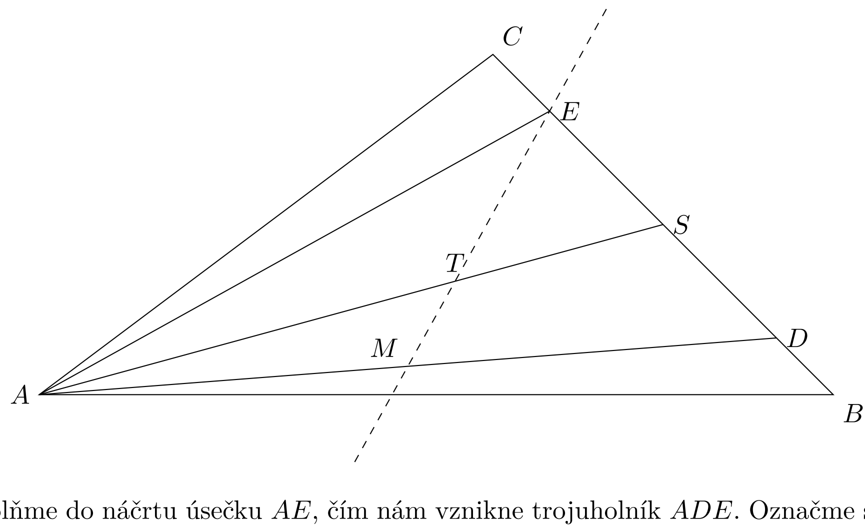
5 opravovali: **Erik „Rici“ Novák** a **Adel Horváthová**

najkrajšie riešenie: Alenka Chladná, Ala Bálintová, Rišo Prikler — 21 riešení

Zadanie

Tanečnica Olympia si dala vytetovať trojuholník ABC. Na strane BC ležia body D a E tak, že $|BD| = |CE|$. Označme M stred úsečky AD. Dokážte, že priamka ME vždy prechádza ťažiskom trojuholníka ABC, bez ohľadu na polohu bodov D a E.

Riešenie



Doplňme do náčrtu úsečku AE, čím nám vznikne trojuholník ADE. Označme stred DE ako S a doplňme aj AS - ťažnicu v ADE z bodu A. Zo zadania vieme, že $|BD| = |CE|$, z čoho vyplýva, že bod S bude taktiež stredom strany BC v trojuholníku ABC. Tým pádom bude ťažnica AS spoločná pre trojuholníky ABC a ADE.
Pozrime sa teraz na bod M. Keďže vieme, že je stredom úsečky AD, ktorá je taktiež stranou v trojuholníku ADE, úsečka ME bude ďalšou ťažnicou trojuholníka ADE. Na priesečníku týchto dvoch ťažníc nám vznikne bod T, ťažisko trojuholníka ADE.

Ako posledné sa vrátime ku poznatku, že ťažnica AS je ťažnicou v oboch trojuholníkoch. Ťažisko túto ťažnicu delí v pomere 2 : 1 (vyplýva z vlastností ťažníc), čo znamená, že ťažisko bude pre oba trojuholníky v rovnakom bode, čiže v bode T, ktorý sme si určili ako priesečník ťažníc AS a ME. Z toho vyplýva, že priamka ME bude vždy prechádzať ťažiskom trojuholníka ABC nezáležiac na polohe bodov D a E.

Komentár

S úlohou ste sa odvážne popasovali a sme radi, že ste si niektorí dokázali tak pekne predstaviť, ako sa úloha správa pri plynulom posúvaní bodov E a D. Taká predstavivosť zvykne byť veľmi nápomocná pri riešení geometrických úloh, v ktorých treba niečo dokázať všeobecne (pre akúkoľvek polohu niečoho), no nie je dôkazom.
Je potrebné povedať, prečo sa to bude stále správať tak pekne, odôvodniť to nejako pomocou známych faktov doplnených o údaje zo zadania. Tu najčastejším zádrheľom bolo neuvedomenie si, že bez faktu, že ťažisko je vždy v dvoch tretinách ťažnice nie je zjavné, že ADE a ABC majú zhodné ťažisko iba vďaka tomu, že majú zhodnú jednu ťažnicu.

6 opravovali: **Martin „Kopy“ Kopčány** a **Lujza Milotová** • 29 riešení

najkrajšie riešenie: Marie Kalasová

Zadanie

Dokážte, že ak je na štvorcovom námestí so stranou dlhou 35 kilometrov ľubovoľne umiestnených 51 ľudí, potom možno niektorých troch spomedzi nich pokryť kruhom s polomerom 5 kilometrov.

Riešenie

Rozdeľme si toto štvorcové námestie na 25 štvorcov so stranou dlhou 7 kilometrov. Keďže počet štvorcov je 25, tak existuje nejaký štvorec, čo má v sebe aspoň troch ľudí. Je to preto, lebo 51 ľudí musíme rozdeliť do 25 štvorcov a teda, keby boli v každom štvorci maximálne dvaja, tak by ich počet nemohol byť vyšší ako 50. (Tento trik sa nazýva *Dirichletov princíp.*)

Ak sa stane, že je nejaký človek presne na hranici dvoch štvorcov, tak ho započítame do oboch, čo na tejto skutočnosti nič nemení.

Keďže existuje štvorec s troma ľuďmi, tak nám už len stačí zistiť, či ho vieme pokryť kruhom s polomerom 5 kilometrov.

Veľkosť uhlopriečky štvorca so stranou 7 kilometrov je $\sqrt{98}$. To vyplýva z Pytagorovej vety, ktorá hovorí, že ak máme pravouhlý trojuholník s odvesnami 7 a 7 kilometrov, tak jeho prepona bude mať dĺžku rovnú $\sqrt{7^2 + 7^2} = \sqrt{98}$.

Štvorec so stranou dĺžky 7 má uhlopriečku dĺžky $\sqrt{98}$, čiže sa zmestí do kruhu s polomerom 5 kilometrov, teda priemerom 10, pretože $10 = \sqrt{100}$ je viac ako $\sqrt{98}$.

Z toho vyplýva, že z pôvodných 25 štvorcov existuje aspoň jeden, v ktorom sú traja ľudia. Tento štvorec sa zmestí do kruhu s polomerom 5 kilometrov. Takže aj v tomto kruhu budú traja ľudia.

Komentár

Ahojte! :) Napriek náročnosti úlohy bolo dosť veľa 9-bodových riešení, čo nás teší. Mnohí z vás však riešili úlohu len pre jedno konkrétne rozmiestnenie osôb, ale neukázali, že to bude platiť pre akékoľvek rozmiestnenie. V úlohách, kde treba niečo dokazovať, nestačí nájsť jeden konkrétny prípad, pre ktorý to platí, pretože my chceme dokázať, že to platí pre úplne všetky možné prípady. Za také riešenia sme teda nemohli udeliť body. Niektorí z vás mali správne úvahy či pozorovania, nedokázali však z týchto pozorovaní vyvodiť správny záver riešenia. V tomto prípade sme udeľovali body aspoň za správne úvahy.

Konečné poradie letného semestra 36. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
1.	Alena Chladná	Z7	GAMČABA	54	9	8	9	9	9	9	**108**
2. - 3.	Michal Vodička	Z9	GAlejKE	54	9	8	9	9	9	9	**107**
	Magdaléna Škriabová	Z8	ZKro4KE	54	9	8	9	9	9	-	**107**
4. - 5.	Alenka Bálintová	Z9	BGMHSuč	48	9	9	9	9	9	9	**102**
	Richard Prikler	Z9	GJARMPO	51	9	9	9	9	9	6	**102**
6.	Lívia Lukáčová	Z8	ZPoliKE	45	9	8	9	9	6	0	**94**
7.	Hana Erdélyiová	Z7	GAMČABA	48	9	9	9	9	-	-	**93**
8. - 9.	Janka Urbánová	Z9	GAlejKE	47	9	9	9	3	6	9	**92**
	Daniela Tkáčová	Z7	ZLevoSN	46	9	9	6	7	-	6	**92**
10.	Martina Osuská	Z9	ZDrJDMA	41	9	9	7	9	6	9	**90**
11.	Michal Revický	Z7	GJARMPO	48	-	6	9	8	-	9	**89**
12.	Dominik Feňovčík	Z7	ZBeleKE	35	9	7	9	9	-	9	**87**
13.	Tomáš Cabúk	Z7	ZHlaGL	40	9	6	9	5	6	6	**85**
14.	Hana Ihnátová	Z7	ZObcSeč	35	9	6	9	9	6	3	**83**
15. - 16.	Marie Kasalová	Z8	GTruhla	33	9	6	9	8	-	9	**82**
	Jakub Katrák	Z7	ZPoliKE	40	9	6	9	9	-	0	**82**
17.	Kristina Jančigová	Z8	ZGoraZA	27	9	8	2	5	9	9	**75**
18. - 19.	Vojto Bálint	Z7	CZRZaZA	37	9	6	8	6	-	-	**74**
	Richard Semanišin	Z6	GAlejKE	30	9	8	9	-	-	9	**74**
20.	Sara Vojtkova	Z8	ZPoliKE	34	9	6	9	9	-	0	**73**
21.	Šimon Petráš	Z7	GAMČABA	33	9	6	1	9	-	-	**67**
22.	Natália Kropuchová	Z7	ZKro4KE	30	9	5	8	5	-	-	**65**
23. - 24.	Ondrej Tóth	Z9	GVaršZA	31	0	6	7	9	9	2	**64**
	Šimon Mihalik	Z8	GsvTAKE	30	9	9	4	8	-	0	**64**
25.	Michal Ferdinandy	Z9	GAlejKE	25	9	7	8	9	-	0	**58**
26.	Tomáš Kováč	Z7	ZZlatáRV	18	9	5	9	-	-	4	**54**
27.	Nina Hudáková	Z8	GAlejKE	51	-	-	-	-	-	-	**51**
28. - 30.	Lukáš Kostík	Z8	GAlejKE	21	9	2	3	8	3	3	**50**
	Martin Mentel	Z9	BGMHSuč	28	9	7	6	-	-	-	**50**
	Sofia Sotakova	Z8	ZJŠveHE	9	9	7	6	8	5	-	**50**
31.	Nelka Kleščová	Z7	GĽŠH3ZV	49	-	-	-	-	-	-	**49**
32.	Sarah Klopstock	Z9	ŠpMNDaG	27	9	8	4	-	-	-	**48**
33.	Barbora Brindžáková	Z8	ZKro4KE	13	9	7	6	6	-	-	**47**
34.	Lívia Sušková	Z8	EGJAKKE	24	9	6	6	0	-	-	**45**
35.	Lukáš Paška	Z8	ZKe30KE	24	9	7	4	0	-	-	**44**
36. - 37.	Daniel Takáč	Z8	GAlejKE	11	9	6	6	5	-	-	**42**
	Barbora Cimráková	Z9	BGMHSuč	22	9	9	2	-	-	-	**42**
38. - 39.	Robbin Šimko	Z7	ZKro4KE	15	9	6	2	-	-	0	**38**
	Adrián Lehocký	Z8	ZKro2KE	18	9	6	5	-	-	-	**38**
40.	Daniela Štulajterová	Z7	ZKro4KE	25	-	-	1	9	-	-	**36**
41.	Miriam Varechová	Z8	ZKro4KE	16	-	-	7	9	-	-	**32**
42.	Tomáš Lang	Z9	ZOKožSN	13	1	6	3	0	1	0	**24**
43. - 45.	Samuel Švec	Z7	ZKro4KE	12	9	-	1	-	-	0	**23**
	Olívia Kovaľová	Z7	ZJuhVnT	11	1	2	2	0	5	-	**23**
	Lenka Harmanska	Z8	ZKro4KE	9	9	5	-	-	-	-	**23**

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	PS	1.	2.	3.	4.	5.	6.	CS
46. - 47.	Ján Štiavnický	Z9	ZKro4KE	9	-	-	4	8	-	-	**21**
	Daniela Harmanska	Z8	ZKro4KE	8	9	4	-	-	-	-	**21**
48. - 49.	Barbora Menšíková	Z8	ZKro4KE	10	-	-	0	9	-	-	**19**
	Damián Fedor	Z7	ZJuhVnT	13	-	-	-	6	-	-	**19**
50. - 51.	Martin Vrba	Z9	ZKro4KE	0	9	-	9	-	-	-	**18**
	Hana Hricová	Z8	ZKro4KE	0	9	-	-	-	9	-	**18**
52.	Lukáš Húdek	Z8	GAlejKE	17	-	-	-	-	-	-	**17**
53. - 55.	Adela Polomská	Z7	ZKro4KE	3	-	6	-	-	-	0	**9**
	Heidi Hritz	Z8	GsvTAKE	9	-	-	-	-	-	-	**9**
	Martin Janoško	Z7	ZKro4KE	9	-	-	-	-	-	-	**9**
56. - 57.	Samuel Šimurda	Z8	ZKro4KE	2	-	-	1	5	-	-	**8**
	Barbora Ševcová	Z7	ZKro4KE	6	0	2	-	-	-	-	**8**
58. - 59.	Šimon Varga	Z8	ZKro4KE	7	-	-	-	-	0	0	**7**
	Lukáš Kmec	Z7	ZKro4KE	5	-	2	-	-	-	-	**7**
60.	Šarlota Šustová	Z8	ZKro4KE	3	-	1	-	2	-	-	**6**
61.	Leo Torma	Z7	ZKro4KE	3	-	-	2	-	-	-	**5**
62. - 63.	Laura Prevužňáková	Z7	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	**4**
	Róbert Plencner	Z7	ZKro4KE	4	-	-	-	-	-	-	**4**
64.	Nikola Szabó	Z7	ZFabrRV	3	-	-	-	-	-	-	**3**
65. - 67.	Anna Birková	Z8	ZKro4KE	2	-	-	-	-	-	-	**2**
	Max Hložek	Z7	ZKro4KE	1	-	-	1	-	-	0	**2**
	Martin Azari	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	1	-	**2**
68. - 71.	Michal Sabo	Z8	ZKe30KE	1	-	-	-	-	-	-	**1**
	Marko Strompf	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	0	-	**1**
	Matúš Katina	Z7	ZKro4KE	0	-	-	1	-	-	-	**1**
	Jakub Stramba	Z8	ZKro4KE	1	-	-	-	-	-	0	**1**
72.	Richard Orosz	Z8	ZKro4KE	0	-	-	-	-	0	-	**0**

Názov: *MATIK* – korešpondenčný matematický seminár
Číslo 6 • Máj 2023 • Letný semester 36. ročníka
Web: matik.strom.sk
E-mail: matik@strom.sk
Riešenia: Prijímame odovzdaním na webe, poštou a len v prípade poruchy na adrese riesenia@strom.sk

Organizátor: Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach,
Prírodovedecká fakulta, Šrobárova 2, 041 54 Košice
Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.