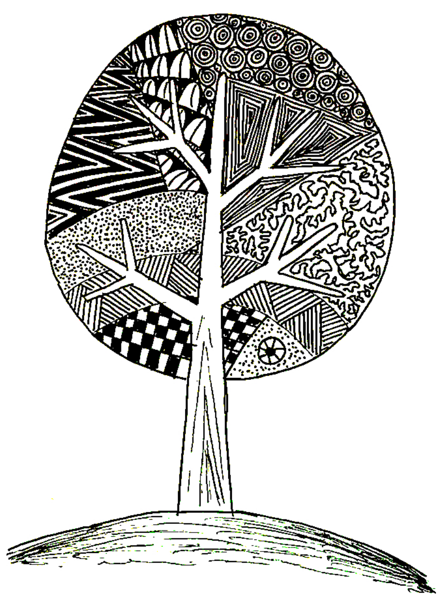
STROM
Korešpondenčný matematický seminár

Ahojte!



Možno si spomínate, ako ste pred pár týždňami na skvelom Koši sedeli dakde v Košiciach na ulici, kvasili a rozmýšľali, ako tie príklady z prvej série Stromu vyriešiť a popritom ste ešte vyriešili aj nejakú tú šifru. Potom ste vaše riešenia spisovali a snažili sa to stihnúť pred deadlinom. My sme zase počas riešenia šifier rozmýšľali, aké zaujímavosti sa od vás dozvieme a ako ste sa popasovali s príkladmi. Nuž, dočkali sme sa a teraz ste sa dočkali už aj vy, pretože vám posielame krásne opravené, obodované riešenia aj s nejakými tými múdrymi vetami navyše. Dúfame, že ste s číselkami v krúžku spokojní a sú čo najvyššie. A ak náhodou nie, tak nezúfajte a posnažte sa v druhej sérii, ešte nie je nič stratené. Ide naozaj o veľa, skvelé sústredko so super vedúcimi, zážitkami a množstvom dobrého jedla. Tak veľa šťastia!

Navždy vaši STROMisti

Matboj

V piatok 25.10.2019 sa uskutočnil 19-ty ročník súťaže Matboj. Sily si zmeralo 51 tímov z celého Slovenska a dokonca aj jeden zahraničný tím z Česka. Najlepšie sa darilo žiakom z Gymnázia Grösslingová 18 v Bratislave. Kompletné výsledky nájdete na stránke `seminar.strom.sk/matboj`.

Vianočný Maxiklub

Tradične v čase vianoc sa bude konať Vianočný Maxiklub, čo je vianočné stretnutie STROMákov! Vítaní sú všetci, účastníci, vedúci, bývalí vedúci a každý, kto má rád STROM a STROMákov. Stretneme sa 21. 12. o 15:00 v miestnosti SJSP19 na PF UPJŠ, Jesenná 5 v Košiciach, ktorá nám bude k dispozícií do 18.00. Okrem seba nezabudnite doniesť aj vianočnú náladu a nejaké fajné jedlo, určite sa zíde :).

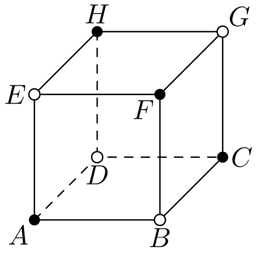
1.

Opravovali: **Martin Masrna a Erik Berta**
Počet riešení: 53

Baník sa nachádza na kocke. Každú minútu sa rozhodne, či prejde do niektorého vrcholu, ktorý susedí hranou s vrcholom, kde sa práve nachádza, alebo sa prevŕta do vrcholu, ktorý je presne oproti. Baník sa vždy rozhodne náhodne s rovnakou pravdepodobnosťou pre každú voľbu nasledujúceho vrcholu. Aká je pravdepodobnosť, že sa po 2019 minútach bude nachádzať vo vrchole, ktorý je presne oproti počiatočnému vrcholu?

Riešenie

Bez ujmy na všeobecnosti, nech baník začína vo vrchole A - pýtame sa teda na pravdepodobnosť, že skončí vo vrchole G. Vrcholy kocky vieme ofarbiť dvoma farbami tak, že baník po každej minúte zmení farbu vrcholu (ako na obrázku). To znamená, že po párnom počte minút (2018) bude vo vrchole počiatočnej (čiernej) farby. Pre každý z týchto štyroch čiernych vrcholov platí, že sa z neho môže presunúť iba do všetkých štyroch bielych vrcholov s rovnakou pravdepodobnosťou (čo vyplýva zo zadania). Jeden z týchto vrcholov je aj G, a preto pravdepodobnosť, že v ňom skončí, je $\frac{1}{4}$ bez ohľadu na to, ako sa pohyboval prvých 2018 minút.

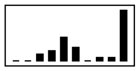


Komentár

Úloha bola pomerne jednoduchá, o čom svedčí počet 9-bodových riešení. Pri podobných úlohách nezabúdajte myslieť na to, že aj keď sa niečo zdá triviálne, je potrebné to v riešení uviesť a poriadne zdôvodniť.

2.

Opravovali: **Kristín Mišlanová a Janka Baranová**
Počet riešení: 33



Dokážte, že pre všetky $x \in \mathbb{R}$, pre všetky celé kladné n a pre ľubovoľné rozdelenie znamienok $+$ a $-$ vo výrazoch $\pm$ platí

$$x^{2n} \pm x^{2n-1} + x^{2n-2} \pm x^{2n-3} + x^{2n-4} \pm \cdots \pm x + 1 > \frac{1}{2}.$$

Riešenie

Priamo vidíme, že pre $x = 0$ daná nerovnosť platí a ďalej rozoberieme zvlášť dva prípady podľa hodnoty x:

- **Ak $x < 0$:** Všetky členy s párnym exponentom budú po umocnení kladné. Jediné členy na ľavej strane, ktoré môžu byť záporné, sú tie s nepárnymi exponentmi. Pri týchto členoch však dochádza k voľbe znamienka $\pm$, a teda môžeme ľubovoľný takýto prípad previesť na to, že budeme uvažovať kladné x a opačnú voľbu znamienka pri $\pm$. To znamená, že stačí vyriešiť iba nasledujúci prípad.
- **Ak $x > 0$:** Potom nutne platí nerovnosť:

  $$x^{2n} \pm x^{2n-1} + x^{2n-2} \pm x^{2n-3} + x^{2n-4} \pm \cdots \pm x + 1 \geq x^{2n} - x^{2n-1} + x^{2n-2} - x^{2n-3} + x^{2n-4} - \ldots - x + 1.$$

  Môžeme teda našu úlohu previesť na to, že dokážeme, že pravá strana tejto nerovnosti je väčšia ako $1/2$. V tejto chvíli opäť rozdelíme úlohu na dva prípady.

  - **Ak $x \geq 1$:** V tomto prípade nutne platí, že pre ľubovoľné $k \in \mathbb{N}$ je $x^k \geq x^{k-1}$. To pre našu nerovnosť znamená:

    $$\underbrace{x^{2n} - x^{2n-1}}_{\geq 0} + \underbrace{x^{2n-2} - x^{2n-3}}_{\geq 0} + \cdots + \underbrace{x^2 - x}_{\geq 0} + 1 \geq 1 > \frac{1}{2}.$$

  - **Ak $0 < x < 1$:** Členy v našom výraze tvoria geometrickú postupnosť $2n + 1$ členov s kvocientom $(-x)$ a prvým členom rovným 1. Platí, že súčet prvých k členov geometrickej postupnosti s prvým členom a_1 a kvocientom q sa dá vyjadriť pomocou vzorca $a_1 \cdot (1 - q^k)/(1 - q)$. Ak toto aplikujeme na našu postupnosť, tak dostaneme:

    $$x^{2n} - x^{2n-1} + x^{2n-2} - x^{2n-3} + x^{2n-4} - \ldots - x + 1 = 1 \cdot \frac{1 - (-x)^{2n+1}}{1 - (-x)} = \frac{1 + x^{2n+1}}{1 + x}.$$

    Chceme ukázať, že platí

    $$\frac{1 + x^{2n+1}}{1 + x} > \frac{1}{2},$$

    ekvivalentne (vďaka nášmu predpokladu o x)

    $$\underbrace{2 + 2x^{2n+1}}_{>2} > \underbrace{1 + x}_{<2}.$$

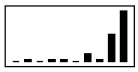
    Posledná nerovnosť je zjavne splnená, keďže na pravej strane máme výraz ostro menší ako 2 (vďaka tomu, že $x < 1$) a na ľavej ostro väčší ako 2 (vďaka tomu, že $x > 0$).

Komentár

Táto úloha nakoniec nebola až taká jednoduchá, ako sme si pôvodne mysleli, o čom svedčí nízky počet riešení a nie až tak veľa 9-bodových. Takmer všetci ste si múdro rozdelili všetky reálne x na intervaly rovnako, ako popisujeme vo vzorovom riešení. Najväčší problém robil interval $(0, 1)$, ktorý bol v tejto úlohe najnáročnejší, a preto vás jeho nezdôvodnenie mohlo stáť až 5 bodov.

3.

Opravovali: **Žanetka Semanišinová a Kubo Genči**
Počet riešení: 48

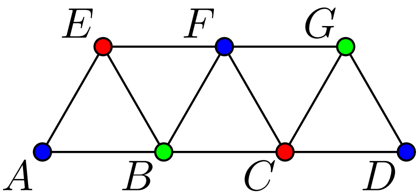


Majme deku s rozmermi 3×3 metre ofarbenú troma farbami. Ukážte, že vieme zapichnúť dvojzubec do deky tak, že hroty dvojzubca prepichnú deku na miestach s rovnakou farbou. Predpokladáme, že hrot je jeden bod a že vzdialenosť hrotov dvojzubca je 1 cm.

Riešenie

Povedzme, že tri farby, ktorými je deka ofarbená, sú modrá, červená a zelená. Úlohu budeme dokazovať sporom. Predpokladajme teda, že sa dvojzubec nedá zapichnúť tak, aby oba hroty boli na rovnakej farbe. To znamená, že každé dva body, ktoré sú vzdialené 1 cm, sú rôznych farieb.

Najprv ukážeme, že každé dva body, ktoré sú od seba vzdialené 3 cm, sú rovnakej farby. Uvažujme takéto dva body, označme ich A a D. Na úsečke AD ležia postupne body B a C, ktoré delia úsečku AD na tri časti dĺžky 1 cm. Nad úsečkami AB, BC a CD zostrojíme rovnostranné trojuholníky ABE, BCF a CDG ako na obrázku. Ľahko si rozmyslíme, že aj úsečky EF a FG sú dlhé 1 cm. Bez ujmy na všeobecnosti, nech je bod A modrý. Potom body B a E, vzdialené od neho 1 cm, nemôžu byť modré, a keďže $|BE| = 1$ cm, musia byť dvoch rôznych farieb. Bez ujmy na všeobecnosti, nech je bod E červený a bod B zelený. Rovnakou úvahou dospejeme k tomu, že bod F je modrý, C červený, G zelený a bod D je modrý. Preto majú body A a D rovnakú farbu.



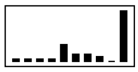
Naša deka má 3×3 metre, takže na nej nepochybne vieme nájsť rovnoramenný trojuholník so stranami 3 cm, 3 cm a 1 cm (spĺňa trojuholníkovú nerovnosť). Oba vrcholy jeho základne musia mať rovnakú farbu ako vrchol oproti základni, pretože sú od neho vzdialené 3 cm. Našli sme teda dva vrcholy vzdialené 1 cm, ktoré sú rovnakej farby. To je spor, a preto sa dvojzubec dá zapichnúť tak, aby prepichol dva body rovnakej farby.

Komentár

Úloha sa dala riešiť viacerými spôsobmi. My sme sem uviedli riešenie, ktoré síce nebolo veľmi časté, ale oba jeho kroky sú tak jednoduché, že sa dajú vidieť hneď. Takmer všetci ste odhalili myšlienku niektorého z možných riešení. Mnohí z vás však pri konštrukcii situácie, ktorá vedie k sporu, použili nejaký dôležitý krok, o ktorom nevysvetlili, prečo geometricky funguje. Jeden častý prípad bol, že ste prehlásili existenciu nejakého útvaru s danými dĺžkami úsečiek, ale nevysvetlili, že taký útvar naozaj geometricky existuje. Druhá častá chyba bola pri riešení, ktoré konštruovalo dve sústredné kružnice s polomerom 1 cm a $\sqrt{3}$ cm. Tam ste veľmi často ukazovali, že k tetive vnútornej kružnice existuje bod na vonkajšej kružnici, ktorý má určitú farbu, no my sme v skutočnosti potrebovali ukázať, že celá vonkajšia kružnica má jednu farbu, takže sme chceli ku každému bodu na nej nájsť tetivu na vnútornej kružnici. To sa môže zdať ako drobnosť, ale v ani zďaleka každej geometrickej situácii nefungujú oba smery takejto úvahy.

4.

Opravovali: **Viki Brezinová a Martin Mihálik**
Počet riešení: 40



Dokážte, že ak a, b sú korene polynómu $x^2 - 8x + 1$, tak potom pre všetky nezáporné celé čísla n platí, že $a^n + b^n$ je celé číslo nedeliteľné siedmimi.

Riešenie

Vďaka Viètovým vzťahom vieme o koreňoch zadaného polynómu nasledovné tvrdenia: $a + b = 8$, $ab = 1$ (ak nepoznáme Viètove vzťahy, stačí iba vyriešiť kvadratickú rovnicu pomocou diskriminantu). Všimnime si:

$$a^n + b^n = (a^{n-1} + b^{n-1})(a + b) - ab^{n-1} - ba^{n-1} = (a^{n-1} + b^{n-1})(a + b) - (a^{n-2} + b^{n-2})ab.$$

Teraz vieme dosadiť za $a + b$ a ab:

$$(a^{n-1} + b^{n-1})(a + b) - (a^{n-2} + b^{n-2})ab = 8(a^{n-1} + b^{n-1}) - (a^{n-2} + b^{n-2}).$$

Ak teda budeme k výrazu $a^n + b^n$ pristupovať ako k n-tému členu postupnosti, každý člen vieme vyjadriť pomocou dvoch predchádzajúcich členov len pomocou násobenia celým číslom a sčítania. Keďže prvé dva členy postupnosti sú oba celé čísla ($a^0 + b^0 = 2$, $a^1 + b^1 = 8$), všetky ďalšie členy postupnosti musia byť tiež celé čísla.

Teraz ešte potrebujeme ukázať, že žiadny člen postupnosti nie je deliteľný 7. Platí:

$$a^n + b^n = 8(a^{n-1} + b^{n-1}) - (a^{n-2} + b^{n-2}) \equiv (a^{n-1} + b^{n-1}) - (a^{n-2} + b^{n-2}) \pmod 7.$$

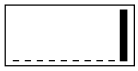
Zvyšok každého člena postupnosti je teda rozdielom zvyškov dvoch predošlých členov. Stačí nám už len dokázať, že žiadne dva za sebou idúce členy postupnosti nebudú mať rovnaký zvyšok po delení 7. Vypíšme si teda zvyšky po delení 7 niekoľkých prvých členov postupnosti: 2, 1, 6, 5, 6, 1, 2, 1. Keďže každý ďalší zvyšok je jednoznačne určený dvojicou predchádzajúcich, zvyšky sa nám začnú ďalej opakovať. Ako vidíme, v postupnosti zvyškov sa nenachádza 0, takže žiadny člen postupnosti nebude deliteľný 7.

Komentár

Úloha pre vás asi nebola ťažká, keďže sme mali veľa 9-bodových riešení. Väčšina z nich sa opierala o rekurentné vyjadrenie členov postupnosti ako vo vzorovom riešení. Avšak mnohí ste si neuvedomili, že z tohto vyjadrenia vyplýva nielen nedeliteľnosť siedmimi, ale aj celočíselnosť. A napriek tomu ste celočíselnosť dokazovali osobitne vyrátaním si konkrétnych koreňov, čo vôbec nebolo potrebné. Pravdaže to nebola chyba, len ste si zbytočne predĺžili riešenie. Častou chybou menejbodových riešení bolo, že ste si len všimli, že zvyšky sa budú opakovať, ale nijakým spôsobom ste to nedokázali, prípadne ste vychádzali z tvrdení, ktoré sa nepovažujú za všeobecne známe a nedokázali ste ich.

5.

Opravoval: **Peťo Kovács**
Počet riešení: 3



Daná je úsečka PQ a kružnica k s priemerom aspoň $|PQ|$. Tetiva AB taká, že $|AB| = |PQ|$, sa hýbe po kružnici k. Pre každú polohu tetivy AB označíme ako T priesečník osí úsečiek AP a BQ, ak existuje práve jeden. Dokážte, že všetky možné body T ležia na jednej priamke.

Riešenie

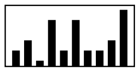
Prvým krokom je uvedomiť si, akú vlastnosť má bod T. Keďže sa jedná o priesečník osí úsečiek, vieme, že $|AT| = |PT|$ a $|BT| = |QT|$. Presne tieto vlastnosti má stred otočenia, ktorý úsečku AB zobrazí na PQ, pretože body, ktoré sa zobrazia na seba, musia mať od stredu otáčania rovnakú vzdialenosť. Zároveň si uvedomme, že T je jediný možný stred otočenia. Keďže AP a BQ sú rôznobežné (keďže prienik ich osí je práve jeden bod), tak bod s takýmito vlastnosťami bude existovať práve jeden a bude to bod T.
Cez tento stred otočenia vieme zobraziť celú kružnicu k. Tá sa otočením zobrazí na kružnicu l, kde PQ je jej tetiva. Kružnica bude mať rovnaký polomer ako k a na rozdiel od polohy AB sa poloha kružnice, a teda ani jej stredu (označme ho S_l), nebude meniť.
Na zostrojenie stredu kružnice l nám stačí zvoliť nejakú konkrétnu polohu úsečky AB. Bod T určíme ako priesečník osí strán AP a BQ. Bod S_k teraz otočíme okolo T o rovnaký uhol, o aký sme otočili AB na PQ.
Stred l môžeme zostrojiť aj iným spôsobom. Poznáme polomer, a teda na zostrojenie máme jednu možnosť v každej polrovine priamky PQ. Keďže otočenie je súhlasné zobrazenie, tak trojuholník otočí tak, aby sa poradie vrcholov v trojuholníku nezmenilo. To nám vylúči jednu možnosť a zostane nám práve jeden bod, kde sa zobrazí stred S_k.
Teraz, keď máme stredy oboch kružníc, hľadáme množinu bodov, ktoré budú stredmi nejakého otočenia, ktoré zobrazí k na l. Takýto stred otočenia musí mať rovnakú vzdialenosť od S_k aj od S_l, a teda musí ležať na osi úsečky S_kS_l. Body T ako stredy tohto otočenia musia teda nutne ležať na tejto priamke, čo sme chceli dokázať.

Komentár

Všetky 3 riešenia boli veľmi pekné.

6.

Opravovali: **Dano Onduš a Kristín Mišlanová**
Počet riešení: 31



Každý bod v rovine s celočíselnými súradnicami je ofarbený buď červenou alebo modrou farbou tak, aby boli splnené podmienky:

1. Na úsečke spájajúcej červené body neleží žiaden modrý bod.
2. Ak majú dva modré body vzdialenosť 2, potom bod uprostred medzi nimi je modrý.

Dokážte, že z ľubovoľného červeného bodu sa vieme dostať do ľubovoľného iného tak, že nemusíme prejsť cez žiaden modrý bod, pričom kroky vieme robiť len vodorovne a zvislo, vždy o vzdialenosť jedna.

Riešenie

Pre každý červený bod musí platiť, že má aspoň jedného horizontálneho a jedného vertikálneho červeného suseda. Ak by ho totiž v nejakom smere nemal, tak by sa nachádzal medzi dvoma modrými bodmi vzdialenými 2, a teda by musel byť modrý. Z toho môžeme ľahko vidieť, že červené útvary môžu vyzerať napríklad ako nekonečné schodiská, prípadne schodiská ukončené na jednej alebo oboch stranách štvorcom 2×2, alebo nejaké väčšie útvary obsahujúce tieto menšie.
Pre spor predpokladajme, že v rovine existujú aspoň 2 červené útvary, ktoré nie sú prepojené. Potom určite existujú dva červené body, ktoré sú k sebe najbližšie, a zároveň medzi nimi neexistuje cesta. Vzdialenosť meriame pomocou manhattanskej metriky, t.j. sčítame ich vodorovnú a horizontálnu vzdialenosť. Ak by bola ich vzdialenosť v každom smere párna, tak aj bod v strede medzi nimi je mrežový, čiže musí byť červený. Ak by bola v jednom smere nepárna, tak vieme pre jeden z týchto bodov zobrať jeho červeného suseda v danom smere, ktorý bude mať v tomto smere vzdialenosť väčšiu o 1. Ten určite

existuje, lebo ak by existoval sused so vzdialenosťou menšou o 1, tak by sme mali 2 bližšie body. Ak by boli obe vzdialenosti nepárne, tak pre jeden bod vyberieme suseda v jednom smere a pre druhý suseda v druhom. Takto vybraté body už budú mať vzdialenosti v oboch smeroch párne, čiže bod v strede medzi nimi musí byť červený. Bod, ktorý sme našli, je však k pôvodným bodom bližšie, ako boli k sebe, a zároveň nemôže byť prepojený s oboma, takže sme našli dvojicu bodov, medzi ktorými neexistuje cesta a zároveň sú k sebe bližšie, čo je spor.

Komentár

Väčšine z vás sa podarilo nájsť nejaký spor, ktorý sa zakladal na parite vzdialeností bodov, pomerne často ste ho však založili na predpoklade, ktorý nemusí platiť. Najčastejšou chybou bolo, že ste zabudli na schodiská a predpokladali, že každý červený bod sa musí nachádzať aspoň vo štvorci 2×2. Totiž aj keby v rovine boli 2 takéto štvorce, tak bod uprostred sa stále môže nachádzať na schodisku, čo nie je v spore s tým, že tieto 2 štvorce boli najbližšie.

Zadania úloh zimného semestra 44. ročníka

Nezabudni si vytvoriť či aktualizovať profil na `seminar.strom.sk`*.*

2 Druhá séria

Termín odoslania riešení: **2. 12. 2019**

1. Určte, pre ktoré kladné celé čísla n existuje tabuľka $n \times n$ obsahujúca n^2 kladných celých čísel, pre ktorú platí, že pre ľubovoľnú voľbu i a j (môžu nadobúdať hodnoty od 1 po n) je v políčku v i-tom riadku a j-tom stĺpci počet všetkých hodnôt j, ktoré sa vyskytujú v i-tom stĺpci.

2. Mihál nemá rád čísla s prívlastkom. Má však rád také kladné celé čísla m, pre ktoré je každé z čísel m, $m+1$, $m+2$ a $m+3$ deliteľné svojim ciferným súčtom. Dokážte, že ak posledná cifra v takomto čísle je 8, tak potom predposledná cifra tohto čísla je nutne 9.

3. Majme štvorec $ABCD$, ktorý má nad stranou AB zostrojenú polkružnicu vo vnútri štvorca $ABCD$. K tejto polkružnici veďme dotyčnicu prechádzajúcu bodom C rôznu od priamky CB a označme jej bod dotyku F. Prienik úsečky BD a polkružnice označíme E. Aký je obsah trojuholníka BEF, ak je dĺžka strany štvorca $ABCD$ rovná 10?

4. V odľahlej časti mesta stojí niekoľko rovnakých veží s kruhovým pôdorysom. Vandali sa rozhodujú, kde budú sprejovať, pričom na mape si vyznačia bod na obvode veže práve vtedy, keď z daného miesta nevidno žiadnu inú vežu. Dokážte, že celková dĺžka vyznačených oblastí je rovná obvodu jednej veže.

5. Dvaja hráči hrajú piškvorky na nekonečne veľkom trojuholníkovom papieri a striedajú sa v ťahoch. Ten, kto je na ťahu, vždy nakreslí svoju značku do niektorého voľného políčka. Vyhrá hráč, ktorý má ako prvý neprerušovanú rovnú radu (smerujúcu jedným z troch možných smerov v mriežke) aspoň n svojich znakov, kde n je nejaké prirodzené číslo. V závislosti na n určte, kto má vyhrávajúcu alebo neprehrávajúcu stratégiu.

6. Nájdite všetky funkcie $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ také, že pre všetky reálne čísla x, y platí: $f(xy + f(x)) = xf(y)$.

Poradie po 1. sérii zimného semestra 44. ročníka

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
1. - 2.	Matej Hanus	S4	GPoštKE	9	9	9	9	9	9	0	54
	Dorota Porubská	S4	GLStöBJ	9	9	9	9	9	9	0	54
3.	Martin Kopčány	S1	GJChaBR	9	9	9	2	-	8	0	46
4.	Oskar Hritz	S1	GPoštKE	9	9	9	4	-	3	0	43
5. - 6.	Zdeněk Pezlar	S2	GJaroBR	9	9	9	9	-	3	0	42
	Václav Janáček	S3	GJaroBR	6	9	9	9	-	9	0	42
7.	Klára Pernicová	S3	GJaroBR	9	9	9	9	-	5	0	41
8. - 9.	Róbert Sabovčík	S4	GPoštKE	9	4	9	9	-	9	0	40
	Dušan Oberta	S4	GŠkolSN	9	9	4	9	-	9	0	40
10. - 13.	Michal Masrna	S4	GPoštKE	9	4	9	9	-	8	0	39
	Lenka Hake	S3	GAlejKE	9	8	9	5	-	8	0	39
	Martin Albert Gbúr	S4	GPoštKE	9	9	8	9	-	4	0	39
	Jiří Kalvoda	S3	GJaroBR	9	9	9	6	-	6	0	39
14. - 17.	Branislav Pastula	S4	GPoštKE	9	9	9	9	-	-	0	36

Poradie	Meno a priezvisko	Ročník	Škola	1.	2.	3.	4.	5.	6.	H	CS
	Matej Štencel	S3	GPoštKE	9	9	9	-	-	9	0	36
	Timea Szöllősová	S4	GAMČABA	9	-	9	4	9	5	0	36
	Karin Eštoková	S1	GMRŠKE	9	-	9	9	-	-	0	36
18. - 19.	Martin Kliment	S2	GPoštKE	9	9	8	9	-	0	0	35
	Peter Kochelka	S2	GJGTBB	9	5	6	9	-	3	0	35
20. - 23.	Tomáš Chovančák	S4	GPoštKE	9	3	9	9	-	4	0	34
	Radovan Lascsák	S4	GPoštKE	9	7	9	4	-	5	0	34
	Patrik Paľovčík	S4	GPoštKE	9	-	9	9	-	7	0	34
	Tomáš Krupa	S4	GPoštKE	9	4	9	9	-	3	0	34
24.	Ján Richnavský	S3	GPoštKE	9	3	8	6	-	6	0	32
25. - 28.	Matúš Masrna	S2	GPoštKE	9	5	8	9	-	-	0	31
	Erik Novák	S2	GPoštKE	9	5	8	9	-	-	0	31
	Sara Gašparová	S1	GABerSC	9	-	9	4	-	-	0	31
	Anežka Kasalová	S1	GChDPHA	9	4	8	0	-	1	0	31
29.	Miriam Horváthová	S1	GŠtúrMI	7	-	9	5	-	-	0	30
30. - 31.	Samuel Banas	S3	LEAFABA	9	4	6	9	-	1	0	29
	Štefan Vašak	S1	GPoštKE	9	4	-	5	-	2	0	29
32.	Ľubomír Vargovčík	S1	GPoštKE	9	-	6	4	-	-	0	28
33.	Oszkár Urbán	S2	GPoštKE	9	9	9	-	-	-	0	27
34. - 36.	Lujza Milotová	S3	GPoštKE	9	-	8	9	-	-	0	26
	Benjamín Mravec	S4	GPoštKE	9	-	8	9	-	-	0	26
	Adela Horváthová	Z9	ZDnepKE	9	-	8	-	-	-	0	26
37. - 39.	Adam Garafa	S2	GPoštKE	9	-	9	-	-	7	0	25
	Bianka Gurská	Z9	GAlejKE	9	-	7	-	-	-	0	25
	Martin Andričík	S3	GPoštKE	9	2	9	-	-	5	0	25
40. - 42.	Martin Nemjo	S3	GAlejKE	9	9	-	6	-	-	0	24
	Gabriela Genčiová	S3	GPoštKE	9	-	8	7	-	-	0	24
	Matej Hajduk	S2	GPoštKE	9	-	8	7	-	-	0	24
43.	Natália Čigašová	S1	GPoštKE	5	2	6	3	-	-	0	22
44. - 45.	Radoslav Jochman	S2	GAlejKE	9	3	-	4	-	5	0	21
	David Belobrad	S3	GAMČABA	9	5	3	4	-	0	0	21
46. - 47.	Jakub Kulka	S1	GMRŠKE	9	-	-	-	-	1	0	19
	Timea Jakubócyová	S4	BGMHSuč	9	-	9	1	-	-	0	19
48.	Ivan Kushpel	S2	GAMČABA	9	-	9	-	-	-	0	18
49. - 50.	Maximilián Pándy	S2	GPoštKE	9	-	8	-	-	-	0	17
	Alex Blandón	S3	GPoštKE	9	-	8	-	-	-	0	17
51.	Michal Grešš	S2	GsvTAKE	8	-	8	-	-	-	0	16
52.	Paulína Dujavová	S2	GJARMPO	9	4	-	-	-	-	0	13
53.	Michal Vorobel	S3	GJARMPO	9	-	-	-	-	-	0	9
54.	Bianka Matisová	S4	GKrompa	-	-	-	-	-	3	0	3
55.	Barbora Čemanová	S1	GPMl5KE	-	-	1	-	-	-	0	2

Názov: STROM– korešpondenčný matematický seminár
Číslo 2 • November 2019 • Zimný semester 44. ročníka (2019/2020)
Web: seminar.strom.sk
E-mail: strom@strom.sk

Vydáva: Združenie STROM, Jesenná 5, 041 54 Košice
Web: zdruzenie.strom.sk
E-mail: info@strom.sk

Organizačný poriadok korešpondenčných matematických seminárov Malynár, Matik, STROM je zaregistrovaný na Ministerstve školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pod číslom 2017/13750:2-10B0.

EURÓPSKA ÚNIA
Európsky sociálny fond
Európsky fond regionálneho rozvoja

OPERAČNÝ PROGRAM ĽUDSKÉ ZDROJE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVA, VEDY, VÝSKUMU A ŠPORTU SLOVENSKEJ REPUBLIKY

Tento projekt sa realizuje vďaka podpore z Európskeho sociálneho fondu a Európskeho fondu regionálneho rozvoja v rámci Operačného programu Ľudské zdroje

www.minedu.sk www.employment.gov.sk/sk/esf/ www.itakademia.sk